

# SEPARAT-ABDRUCK

AUS

TSCHERMAKS

MINERALOGISCHEN UND PETROGRAPHISCHEN

## MITTEILUNGEN

HERAUSGEGEBEN

VON

F. BECKE.

F. BECKE, DIE OPTISCHEN EIGENSCHAFTEN  
DER PLAGIOKLASE.

Tschermaks Mineralogische und petrographische Mitteilungen,  
XXV. Band, 1.—3. Heft, 1906.

---

WIEN

ALFRED HÖLDER,

K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTS-BUCHHÄNDLER,  
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

# I. Die optischen Eigenschaften der Plagioklase.

Von F. Becke.

Mit einer Tafel und 5 Textfiguren.

## Einleitung.

Seit G. Tschermak in einer berühmt gewordenen Abhandlung<sup>1)</sup> der Ansicht zum Durchbruch verhalf, daß die Kalk-Natronfeldspate sich chemisch so verhalten, als ob sie Gemische der in reinem Zustande bekannten und isomorphen Grundverbindungen Albit  $\text{Na AlSi}_3\text{O}_8$  und Anorthit  $\text{Ca Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8$  wären, haben alle sorgfältigen Untersuchungen jener Mineralgruppe zu dem gleichen Ergebnis geführt: Daß die Plagioklase eine stetige Mischungsreihe dieser beiden Endglieder darstellen.

Daß in einer solchen Mischungsreihe sich die physikalischen Eigenschaften stetig und gesetzmäßig mit dem Mengenverhältnis der beiden Endglieder ändern, ist durch die Erfahrung bestätigt. In manchen Fällen ist das Gesetz dieser stetigen Änderung sehr einfach, so in bezug auf die Raumerfüllung.

Schon in der grundlegenden Arbeit von Tschermak wird gezeigt, daß sich das spezifische Gewicht eines beliebigen Plagioklases nach der Mischungsregel aus den spezifischen Gewichten von Albit und Anorthit und aus dem Mengenverhältnis beider berechnen läßt. Und diese Tatsache ist durch eine wichtige und interessante Studie amerikanischer Forscher an künstlich aus Schmelzfluß dargestellten und sorgfältig gereinigten Feldspatsubstanzen neuerlich dargetan worden.<sup>2)</sup>

---

<sup>1)</sup> Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wissensch., 2. A., Bd. L, 1864.

<sup>2)</sup> Die Angabe Tarassenkos (Schriften d. Naturf. Gesellsch. zu Kiew 1900, 16, H. 2, pag. 365), daß bei Plagioklasen, die aus gabbroartigen Massengesteinen nach Mineralog. und petrogr. Mitt. XXV. 1906. (F. Becke.)

Die tiefste Wurzel dieses Verhaltens liegt darin, daß die Albit- und Anorthitanteile sich zum homogenen Plagioklas vereinigen, ohne ihr Volumen zu ändern; oder genauer gesagt, ohne ihr Volumen derart zu ändern, daß die Änderung mit unseren gegenwärtigen Hilfsmitteln nachweisbar wäre.

In derselben Arbeit zeigen Allen und Day<sup>1)</sup>, daß auch die Schmelzpunkte der Plagioklasmischungen sich stetig mit dem Mengenverhältnis von Anorthit und Albit ändern<sup>2)</sup>, wobei allerdings die Besonderheit auftritt, daß Anorthit einen scharf angebbaren Schmelzpunkt besitzt, Albit ein Schmelzintervall, und daß die Schärfe des Schmelzpunktes in dem Maße abnimmt, als die Menge der Albitsubstanz in der Mischung steigt.

Daß auch in bezug auf die Krystallform eine stetige Änderung anzunehmen sei, wird durch die von G. vom Rath, Wiik und M. Schuster eingehend erörterte stetige Änderung in der Lage der Verwachsungsebene der Zwillinge nach der Querachse (Periklinzwillinge) sehr wahrscheinlich gemacht. Allseitiger ist diese Frage allerdings noch nicht geprüft worden.

In bezug auf die optischen Eigenschaften hat zuerst Max Schuster vor fünfundzwanzig Jahren den Nachweis geführt<sup>3)</sup>, daß die Auslöschungsschiefen auf M und P, die Orientierung der Achsenebenen, der optischen Achsen selbst und die Dispersion eine stetige Änderung erfahren, wenn man vom reinen Albit durch die verschiedenen Mischungen bis zum reinen Anorthit fortschreitet, und dieser Satz hat durch die nachfolgenden, auf eine genaue Bestimmung sämtlicher optischer Eigenschaften gerichteten Untersuchungen von v. Fedorow, Fouqué, M. Lévy und anderen nur Bestätigungen erfahren, so daß man gegenwärtig imstande ist, aus dem optischen

---

dem spezifischen Gewicht isoliert und analysiert wurden, „keine regelmäßige Beziehung zwischen dem spezifischen Gewicht und der chemischen Zusammensetzung zu beobachten ist“, kann das Ergebnis vieler sorgfältiger Untersuchungen nicht umstoßen. Die widersprechende Beobachtung ist wahrscheinlich unrichtig und das befremdliche Ergebnis durch nicht in Betracht gezogene störende Umstände bedingt.

<sup>1)</sup> A. L. Day and E. T. Allen, The Isomorphism and Thermal Properties of the Feldspars. Carnegie Institution of Washington, 1905.

<sup>2)</sup> Nachdem schon früher Doelter zu ähnlichen Resultaten gekommen war. (Diese Mitt. 20, 224, 1901.)

<sup>3)</sup> Über die optische Orientierung der Plagioklase. Diese Mitteilungen, III, 117, 180.

Verhalten mit großer Sicherheit auf das Mischungsverhältnis von Anorthit und Albit zurückzuschließen.

Gleichwohl hat die erfahrungsmäßige Feststellung dieses Zusammenhanges nicht jenes Befriedigende, das einer wohlbegründeten Theorie innewohnt, und seit 1885 Mallard den ersten Versuch unternahm, die von Max Schuster gefundenen Auslöschungskurven durch eine theoretische Ableitung zu ersetzen, haben die Geister nicht geruht, die Lösung des Problems zu suchen, wie man aus den bekannten optischen Eigenschaften von Albit und Anorthit und ihrem Mengenverhältnis in der Mischung deren optisches Verhalten ableiten könne.

### Theorie Mallard.<sup>1)</sup>

Mallard findet, daß die Auslöchungsrichtung eines aus sehr dünnen Lamellen zweier schwach doppelbrechender Substanzen aufgebauten Paketes sich berechnen lasse, wenn bekannt ist: Der Winkel, den die Auslöchungsrichtungen der Lamellen 1 und 2 miteinander einschließen ( $\varphi$ ), die Mengenverhältnisse der beiden Substanzen 1 und 2, genauer die Summen der Dicken, die den Lamellen 1 und 2 im Paket zukommen<sup>2)</sup> ( $m_1/m_2$ ), endlich  $b_1$  und  $b_2$  die Stärke der Doppelbrechung beider Substanzen in der betrachteten Richtung, d. h. die Unterschiede der Brechungsexponenten der beiden senkrecht zu einander polarisierten Wellen, die sich in der betrachteten Richtung in den beiden einfachen Substanzen fortpflanzen.

Ist  $\delta$  der Winkel, den die Auslöchungsrichtung des Pakets mit der der Substanz 1 einschließt, so liefert die Ableitung Mallards folgende Formel<sup>3)</sup>:

$$\cot 2\delta = -\frac{b_1}{b_2} \frac{m_1}{m_2} \operatorname{cosec} 2\varphi - \cot 2\varphi$$

Da auf der rechten Seite alle Größen bis auf  $\frac{m_1}{m_2}$  konstant

<sup>1)</sup> Bull. soc. franç. de Min., IV, 1881.

<sup>2)</sup> Dieses Mengenverhältnis sollte immer in der Form der Volumprocente angegeben werden, wie schon Pockels (siehe das spätere Zitat) hervorgehoben und jüngst wieder Wulff betont hat. Bei den Plagioklassen können statt der Volumprocente die Molekularprocente genommen werden, da die Molekularvolumina von Albit und Anorthit sich nicht um sicher angebbare Größen unterscheiden.

<sup>3)</sup> Die in den Formeln vorkommenden  $\pm$  Vorzeichen hängen ab von der Richtung, in der die Auslöschungsschiefen gezählt werden.

sind, hat diese Formel, wenn  $\delta$  und  $\frac{m_1}{m_2}$  als Veränderliche angesehen werden, die Eigenschaften der Gleichung einer geraden Linie.

Mallard hat diese Formel benutzt, um die empirischen Kurven der Auslöschungsschiefen der Plagioklase auf M und P von Max Schuster auf die Übereinstimmung mit seiner Theorie zu prüfen.

Da aber zu dieser Zeit die Stärken der Doppelbrechung von Albit und Anorthit nicht bekannt waren, mußte er eines der Mittelglieder dazu benutzen, die eine Konstante A in der Gleichung

$$\cot 2\delta = \frac{m_1}{m_2} A + B$$

empirisch zu bestimmen. Hierdurch hat allerdings die Prüfung die bessere Hälfte ihres Wertes verloren. Heute kann diese Prüfung exakter gemacht werden, und die Übereinstimmung der von Mallard aufgestellten Theorie mit der Erfahrung erweist sich nun wesentlich geringer als es nach Mallards Darstellung erscheinen mochte.

### Theorie von Pockels.

Pockels hat die optische Orientierung der Plagioklasmischungen erörtert in einer Publikation, die der Frage der optischen Orientierung isomorpher Mischungen überhaupt gewidmet ist.<sup>1)</sup>

Pockels zeigt, daß die Rechnungsergebnisse Mallards gewonnen sind unter der Voraussetzung, daß die isomorphen Mischungen nicht homogen sind, d. h. daß sie aus Teilchen der beiden Endglieder bestehen, die nicht klein sind in bezug auf den Bereich der bei der Lichtbewegung wirksamen Kräfte, wenn auch klein im Vergleich zu der Wellenlänge des Lichtes.

Im Sinne der Rechnungen Mallards erscheinen die isomorphen Mischungen als in sehr kleinen Dimensionen entwickelte parallele Verwachsungen der Endglieder.

Er entwickelt dann eine andere Hypothese, welche gleichfalls von Mallard früher aufgestellt worden war, nach welcher anzunehmen ist, daß die isomorphen Mischungen in optischer Beziehung wirklich homogen seien; daß also die Teilchen der Endglieder,

---

<sup>1)</sup> Über die Berechnung der optischen Eigenschaften isomorpher Mischungen aus denjenigen der gemischten reinen Substanzen. Neues Jahrb. f. Min., Beil. Bd. VIII, pag. 117, 1893.

die sich zum Mischling zusammensetzen, sehr klein sind im Vergleich zum Wirkungsbereich der bei der Lichtbewegung wirksamen Kräfte. Die Mischung verhält sich wie eine feste Lösung.

Unter diesen Voraussetzungen läßt sich als wahrscheinlich ableiten, daß die Lichtbewegung im Mischling sich darstellen lasse aus den Dimensionen und der Orientierung eines Fresnelschen Elastizitäts-Ovaloides, das sich aus den Dimensionen und der Orientierung der entsprechenden Ovaloide der Endglieder und ihren in der Mischung vorhandenen Volumanteilen ableiten läßt. Und zwar gilt für diese Ableitung der Satz, daß die wirksamen Kräfte des einen und des anderen Endgliedes nach Maßgabe des in Volumteilen ausgedrückten Mengenverhältnisses sich einfach superponieren. Sind  $\rho_1$  und  $\rho_2$  die Radienvektoren der Ovaloide der Endglieder für eine bestimmte Richtung,  $v_1, v_2$  die Volumteile ( $v + v_1 = 1$ ), so ist der Radiusvektor des Ovaloides des Mischlings gegeben durch

$$\rho^2 = v_1 \rho_1^2 + v_2 \rho_2^2$$

Pockels leitet die aus diesen Erwägungen sich ergebenden allgemeinen Formeln ab und deutet auch den Weg an, wie man nach dieser Theorie das Ovaloid des Mischlings berechnen könne.

Pockels setzt eingehend auseinander, daß die Mallardsche Hypothese der parallelen Verwachsung endlicher, wenn auch sehr kleiner Teilchen und die andere Hypothese, nach welcher sich die isomorphen Mischungen wie eine feste Lösung verhalten würden, zu nicht identischen Resultaten führe. Die Mallardsche Hypothese würde bei Mischungen stärker doppelbrechender Krystalle Abweichungen von der Fresnelschen Theorie der Doppelbrechung erwarten lassen.

Welche von beiden Theorien der Wahrheit näher kommt, könne nur an der Hand der Erfahrung geprüft werden. Diese Prüfung nimmt Pockels für alle damals vorhandenen Beobachtungen vor und kommt zu dem Resultat, daß sich eine Entscheidung nicht treffen lasse, indem einmal die eine, ein anderesmal die zweite Hypothese die Erscheinungen besser darzustellen scheine, daß aber in manchen Fällen keine von beiden Theorien den Beobachtungen gerecht wird.

Eine Prüfung der Theorie an den Beobachtungen über Plagioklasse ist nur in beschränktem Maße möglich gewesen, da die optischen Dimensionen von Albit und Anorthit damals noch nicht genau bekannt waren. Für die Auslöschungsschiefen auf M und P leitet

Pockels Formeln ab, die der Mallards ähnlich sind, nur daß als Ausdruck der Doppelbrechung nicht die Differenzen der bezüglichen Brechungsexponenten, sondern die Differenzen der Quadrate der Lichtgeschwindigkeiten in die Formel eingehen.

Die Formel von Pockels lautet:

$$\cot 2\delta = \frac{m_1}{m_2} \frac{\left(\frac{1}{\gamma_1}\right)^2 - \left(\frac{1}{\alpha_1}\right)^2}{\left(\frac{1}{\gamma_2}\right)^2 - \left(\frac{1}{\alpha_2}\right)^2} \cdot \frac{\sin u_1 \cdot \sin v_1}{\sin u_2 \cdot \sin v_2} \frac{1}{\sin 2\varphi} + \cot 2\varphi.$$

Hier bedeuten  $\delta$   $m_1$   $m_2$   $\varphi$  dieselben Größen wie in der Mallard'schen Formel,  $\alpha_1$   $\gamma_1$   $\alpha_2$   $\gamma_2$  sind die kleinsten und größten Brechungsindices,  $u_1$   $v_1$   $u_2$   $v_2$  die Winkel der betrachteten Schnittnormale mit den beiden optischen Achsen von Albit und Anorthit.

Man sieht, daß sich diese Formel von der Mallard'schen wesentlich durch das mit  $\frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi}$  multiplizierte Glied unterscheidet.

Die mit  $\frac{m_1}{m_2}$  zu multiplizierenden Größen waren 1891 nicht genau bekannt, weshalb die Prüfung von Pockels auch nur darauf gerichtet war, ob sich formal die Cotangenten der doppelten Auslöschungswinkel  $\delta$  durch eine gerade Linie als Funktion von  $\frac{m_1}{m_2}$  darstellen lassen. Auch diese Prüfung zeigte kein entschiedenes Resultat, da Differenzen bis über  $2^\circ$  bei den berechneten und beobachteten Auslöschungsschiefen vorkommen und nicht bestimmt angegeben werden konnte, ob diese Differenzen größer oder kleiner als die möglichen Versuchsfehler seien.

Jedenfalls aber ergab sich keine Übereinstimmung mit den aus den damaligen ungenauen Angaben berechneten Grundwerten.

Ein bedeutender Fortschritt ward im Jahre 1895 vermittelt durch die

### Theorie von Michel Lévy.<sup>1)</sup>

Der Ausgangspunkt der neuen Theorie von M. Lévy ist eine tatsächliche Beobachtung, die aus der Zusammenstellung der Orien-

<sup>1)</sup> Recherches des Axes optiques dans un minéral pouvant considéré comme un mélange de deux minéraux déterminés. Application aux plagioclases et à la verification de la loi de Tschermak. Bull. de la Soc. franç. de Minéralogie, XVIII, Nr. 3, 1895.

tierung verschiedener Plagioklasse in stereographischer Projektion hervorging.

Den französischen Forschern war von jeher die Methode geläufig, die Änderungen der Auslöschungsschiefen in einer Zone von Schnittflächen in Kurven darzustellen, deren Abszisse die Position der Schnittfläche in der Zone, deren Ordinate den zugehörigen Auslöschungswinkel darstellt.

Wenn solche Auslöschungskurven für die in den Punkten  $O10$  und  $O\bar{1}0$  zusammenlaufenden Zonen der verschiedenen Plagioklasse verzeichnet werden, so bemerkt man, daß die zur selben Zone gehörigen Kurven der verschiedenen Plagioklasse sich bei denselben Punkten schneiden. Das heißt auf den betreffenden Schnitten haben alle Plagioklasse dieselben Auslöschungsrichtungen. Solcher Punkte gibt es in jeder Zone entweder einen oder drei.

Trägt man diese Pole gleicher Auslöschungsschiefe aller Plagioklasmischungen in eine stereographische Projektion, so bilden sie zwei Kurven: eine geschlossene Kurve in der Nähe der optischen Achse  $A$  und eine fast einem größten Kreise entsprechende Kurve, in deren Nähe die optischen Achsen  $B$  aller Plagioklasse liegen.

Die Kurven gleicher Auslöschungsschiefe, oder wie sie nach G. Wulffs<sup>1)</sup> Vorschlag genannt werden sollen, die Isopolarisationskurven, bestehen je aus zwei verschiedenen Abschnitten. In dem einen fallen die gleichnamigen Auslöschungsrichtungen von Albit und Anorthit zusammen; in dem anderen Abschnitte liegen die Auslöschungsrichtungen von Albit und Anorthit rechtwinkelig gekreuzt:  $\alpha_1$  parallel  $\gamma_2$ ,  $\gamma_1$  parallel  $\alpha_2$ . Längs dieser Abschnitte der Isopolarisationskurven liegen die optischen Achsen der Mischlingsplagioklasse.

Dieses tatsächlich vorhandene Verhältnis führt nun zu folgender Überlegung: Wenn man mit Mallard annehmen darf, daß sich die optischen Eigenschaften eines aus zwei isomorphen Krystallarten 1 und 2 gemischten Krystalls zurückführen lassen auf ein Ellipsoid, das mit den Ellipsoiden von 1 und 2 in Zusammenhang steht, und wenn der Radiusvektor  $R$  dieses Ellipsoides für den aus  $m_1$  Teilen 1 und  $m_2$  Teilen 2 bestehenden Mischling aus den Radienvektoren  $\rho_1$  und  $\rho_2$  für dieselbe Richtung von 1 und 2 dargestellt werden kann durch:

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Kryst. 36.

$$R = \frac{m_1 \rho_1 + m_2 \rho_2}{m_1 + m_2}$$

so muß diese Regel auch anwendbar sein auf die Schnittellipsen, welche eine beliebige Ebene an den Ellipsoiden von 1, 2 und dem Mischling bestimmt.

Soll die betreffende Ebene für den Mischling senkrecht stehen auf einer Achse, die Schnittellipse des Mischlings somit einen Kreis darstellen, so kann dies aus Symmetriegründen nur dort eintreten, wo die große und kleine Achse der Schnittellipse von 1 und 2 wechselweise parallel sind.

Wir sehen somit ein, daß die optischen Achsen der Mischlinge nur längs der Isopolarisationskurven der Endglieder, und zwar längs der Abschnitte mit gekreuzten Achsen liegen können.

Um nun für ein gegebenes Mischungsverhältnis den Ort der optischen Achse innerhalb der Isopolarisationskurve angeben zu können, ist es noch erforderlich, zu ermitteln, in welchem Verhältnis die Exzentrizität der Schnittellipsen, also die Unterschiede  $\gamma'_1 - \alpha'_1$  und  $\gamma'_2 - \alpha'_2$  zu den Mischungsverhältnissen stehen müssen, damit Aufhebung der Doppelbrechung erfolge, d. h. die Schnittellipse des Mischlings die Form des Kreisschnittes annehme.

In weiterer Verfolgung dieses Gedankens gelangt M. Lévy zur Aufstellung folgender Bedingung:

$$m_1 (\gamma'_1 - \alpha'_1) = m_2 (\gamma'_2 - \alpha'_2)$$

worin  $m_1, m_2$  das Mengenverhältnis,  $\gamma'_1 - \alpha'_1, \gamma'_2 - \alpha'_2$  die Doppelbrechungen von Albit und Anorthit in der betrachteten Schnitt- richtung bedeuten.

M. Lévy verhehlt nicht, daß die angedeutete Rechnung eine Bezugsfläche für den Mischling liefert, die kein Ellipsoid ist, sondern eine kompliziertere Fläche, die nur bei geringem Betrag der Doppelbrechung sich einem dreiachsigen Ellipsoid nähert.

Bei der Prüfung der Theorie an der Hand der Beobachtungen konnte M. Lévy eine überraschende Übereinstimmung der Orientierung der Plagioklase mit den Isopolarisationskurven nachweisen. Diese wurden nicht aus der Orientierung von Albit und Anorthit, sondern von Albit und basischem Labrador  $Ab_2, An_3$  abgeleitet, dessen Orientierung M. Lévy besser gesichert schien als jene des Anorthits.

Sie prägt sich nicht nur in der Lage der optischen Achsen der Plagioklase längs der Isopolarisationskurven von Albit und

Anorthit mit gekreuzten  $\alpha$ - und  $\gamma$ -Richtungen aus, sondern auch darin, daß tatsächlich an jenem Orte der Isopolarisationskurven, wo die optischen Achsen eines bestimmten Plagioklases mit  $m_1$  Ab und  $m_2$  An liegen, das Verhältnis der Doppelbrechungen von Albit und Anorthit nahezu  $m_2/m_1$  gefunden wurde.

Auch eine Anzahl von besonderen Folgerungen, die sich aus der Theorie ergeben, können tatsächlich durch die Beobachtung bestätigt werden. Eine der interessantesten ist jene bei zonar gebauten Plagioklasen. Ist eine der Zonen senkrecht zu einer Achse getroffen und bleibt folglich zwischen gekreuzten Nicols in jeder Stellung dunkel, so löschen alle anderen Zonen des Durchschnittes bei derselben Einstellung aus. Und wenn — wie dies häufig der Fall — der Anorthitgehalt in den aufeinander folgenden Zonen stetig abnimmt, so werden die von der senkrecht zur Achse getroffenen Zone innen liegenden in der Diagonalstellung nach Einschaltung eines Gypsblättchens mit dem Rot 1. Ordnung blau, wenn die äußeren gelb werden und umgekehrt.

Allerdings werden — worauf schon M. Lévy hinweist — die Forderungen der Theorie nicht in aller Strenge verwirklicht. Merkliche Abweichungen zeigen namentlich die Oligoklasse, und M. Lévy wirft die Frage auf, ob vielleicht der Gehalt an Orthoklasssubstanz, der in vielen Oligoklasen nachgewiesen sei, die Abweichung veranlasse.<sup>1)</sup>

In der letzten Zeit hat sich auch G. Wulff<sup>2)</sup> mit der Frage beschäftigt.

Seine Untersuchungen knüpfen an an das von Michel Lévy gebotene Beobachtungsmaterial. Er gibt eine sehr elegante Methode, um mit Verwendung der stereographischen Netze die Kurven gleicher Auslöschungsrichtungen zu finden, die er zweckmäßig Isopolarisationskurven nennt, und gibt dann einen Weg an, wie man für diese Kurven das Maß der Doppelbrechung der sich mischenden reinen Substanzen und daraus weiterhin die Position der optischen Achsen für gegebene Mischungsverhältnisse ermitteln kann.

Bei der Konstruktion der Doppelbrechungskurve legt er die Mallardsche Rechenmethode zugrunde und das Resultat ist,

<sup>1)</sup> Wir werden sehen, daß diese Vermutung nicht zutrifft.

<sup>2)</sup> Untersuchungen im Gebiete der optischen Eigenschaften isomorpher Krystalle. Zeitschr. f. Kryst., **36**. 1. 19 02.

daß die Position der Achsen und Achsenebenen durch die Theorie zwar im großen und ganzen wiedergegeben wird, daß aber bedeutende Abweichungen vorhanden sind.

Zu einem ähnlichen Resultate führt dann weiter der Vergleich der Doppelbrechungen in Richtungen, die den Achsen B der Endglieder entsprechen. Da hier das eine Glied die Doppelbrechung Null hat, muß die Doppelbrechung des Mischlings der nach Maßgabe des Mischungsverhältnisses verringerten Doppelbrechung des anderen Endgliedes entsprechen. Wulff stellt fest — wiederum fußend auf den Diagrammen von M. Lévy —, daß das Resultat der Rechnung den aus der Theorie gezogenen Folgerungen nicht genau entspricht.

„Die beiden Prüfungsmethoden führen also zu dem gemeinsamen Resultate, daß die Plagioklase keine isomorphe Reihe bilden, weil sie den Gesetzen, welche für solche theoretisch begründet und experimentell geprüft worden sind, nicht folgen, obwohl sie ihnen qualitativ sehr nahe kommen.“

Wir kommen auf diesen Schluß, den ich für nicht berechtigt halte, noch zurück.

Ich erwähne der Vollständigkeit halber noch die Publikationen Wallerants, v. Fedorows und Violas<sup>1)</sup>, welche das Problem von der theoretischen Seite nach verschiedenen Richtungen beleuchtet haben.

Allen bisherigen Untersuchungen konnte entgegengehalten werden, daß die Grundlagen von tatsächlich exakten Beobachtungen unzulänglich waren. Daher war nicht mit Sicherheit zu entnehmen, wieviel von den festgestellten Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung auf Ungenauigkeit der Beobachtung, wieviel auf Unzulänglichkeit der Theorie zu schieben sei.

Die Diagramme der Plagioklase von M. Lévy, für ihre Zeit ein unvergleichlicher Fortschritt, sind erst in neuester Zeit in mehrfacher Richtung verbessert worden. Man kennt gegenwärtig die Orientierung von Albit und Anorthit mit größerer Schärfe. Für

<sup>1)</sup> Zu vergleichen namentlich: F. Wallerant, Calcul des constantes optiques d'un melange de substances isomorphes. Application aux Feldspats. Bull. Soc. franç. de Minéral. 19. 169—207. 1896. v. Fedorow, Universalmethode. III. Zeitschrift f. Kryst. 29. 604; Über Isomorphismus. Ebenda. 30. 17. 1898. Viola. Über Bestimmung und Isomorphismus der Feldspate. Ebenda. 30. 232. 1898.

eine Zahl chemisch gut bekannter Mittelglieder sind in neuester Zeit genauere Bestimmungen ausgeführt worden.

Diese Verhältnisse fordern zu einer erneuten Prüfung des Sachverhaltes auf, die hier versucht werden soll.

### Optische Daten der Plagioklasse.

Die erste Bedingung hierfür ist eine genügende Zahl genauer optischer Beobachtungen an chemisch bekanntem Material.

Aus anderen Gründen habe ich eine Zusammenstellung solcher Daten durchgeführt und will mich hier auf diese stützen. (Vgl. Tab. I.)

Tabelle I.

Beobachtete Achsenpositionen und Auslöschungsschiefen.

	Anorthit- gehalt in Moleku- larproz.	A		B		Auslöschungsschiefen <sup>1)</sup>		
		$\lambda$	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi$	P	M	a
1. Albit . .	5	+64·7°	-49·5°	-78·8°	-47·9°	+ 4°	+ 20°	- 14°
2. Oligoklas- Albit . .	13	+67°	- 46°	+85·5°	+47·5°	+ 2°	+ 13°	- 8°
3. Oligoklas .	20	+69°	- 42°	+70°	+44°	+ 1°	+ 6°	- 0·5°
4. Oligoklas .	25	+72°	- 40°	+60°	+41°	+ 0·7°	+ 3°	+ 7°
5. Andesin .	37	+80°	- 43°	+36·5°	+38·5°	- 1·4°	- 6°	+ 23°
6. Labrador .	52	+76·7°	- 55·7°	+15·7°	+35°	- 6·0°	- 17·3°	+ 27·7°
7. Labrador- Bytownit .	63	+76°	- 56°	+ 8°	+23°	- 10°	- 22°	+ 35°
8. Bytownit .	75	+64°	- 56°	+1·8°	+12·7°	- 18°	- 31°	+ 38°
9. Anorthit .	100	+57·9°	- 63·2°	- 6·2°	- 2·6°	- 40·1°	- 37·6°	+ 45°

Diese Beobachtungsdaten können, soweit sie die Nummern 1—4, 6, 8, 9 betreffen, hinsichtlich der optischen Bestimmungen als exakt bezeichnet werden; die Fehler in der optischen Orientierung dürften hier 1° nicht überschreiten. Auch die Angabe über die chemische Mischung (durch Angabe der Molekularprocente des Anorthitgehaltes) dürfte im Spielraum von 1—2% richtig sein.

Die Daten 5 und 7 sind erheblich weniger genau. Von Andesinen, deren chemische Zusammensetzung bekannt ist, gibt es überhaupt noch keine genaue optische Bestimmung. Die mitgeteilten Daten beziehen sich auf Andesine aus dem Dacit des Vlegyasza-Stockes in Siebenbürgen, die dem von M. Schuster untersuchten vom Dep. Var nahekommen. Bezüglich der basischen Labradore hält zwar M. Lévy die Daten der von Fouqué untersuchten Einsprenglinge

<sup>1)</sup> Unter Auslöschungsschiefen stehen bei Albit und Anorthit M und P die beobachteten, sonst die aus dem Diagramm abgeleiteten Werte.

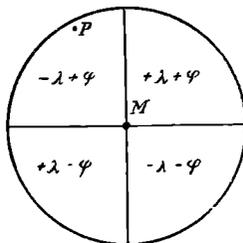
von St. Jorge für genau, ich habe aber Bedenken, ob die angegebene Orientierung richtig sei, da sie meinen Beobachtungen in gewissen Stücken stark widerspricht.

Ich habe daher eigene Beobachtungen an einem basischen Labrador aus einem bosnischen Gabbro eingesetzt, dessen chemische Zusammensetzung allerdings unbekannt und nur aus dem optischen Verhalten erschlossen ist.

Die Nummern 5 und 7 der Beobachtungen haben also nicht dasselbe Gewicht wie die übrigen.

In der Tafel I sind die optischen Achsen, die Mittellinien und die optischen Normalen in stereographischer Projektion auf

Fig. 1.



M (010) mit schwarzen Punkten eingetragen. Diese Projektion wurde gewählt, weil sie den besten Überblick über die Änderung der Achsenebene von Albit zu Anorthit darbietet.

Dagegen wurde die Bezeichnung der Position der Achsen durch  $\pm\lambda$  und  $\pm\varphi$  in der ursprünglich eingeführten Weise beibehalten. Zur Orientierung dient das beistehende Schema.

Für gewisse Erörterungen ist auch die Kenntnis der drei Hauptbrechungs-Indices erforderlich. Ich verwende folgende Zahlen:

	An-Gehalt	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Albit Amelia <sup>1)</sup>	5%	1·5285	1·5321	1·5387
Oligoklas Albit	13%	1·5341	1·5381	1·5431
Oligoklas	20%	1·5388	1·5428	1·5463
Oligoklas	25%	1·5417	1·5458	1·5490
Labrador	52%	1·5553	1·5583	1·5632
Bytownit	75%	1·564	1·569	1·573
Anorthit Vesuv <sup>2)</sup>	—	1·57556	1·58348	1·58849

<sup>1)</sup> Becke, diese Mitt. XIX, 322, 1900.

<sup>2)</sup> Klein, Berliner Berichte 1899, XIX, 13 [358].

Die Zusammenstellung jener Einzelbeobachtungen, auf denen die mitgeteilten Achsenpositionen und sonstigen Zahlenwerte beruhen, wolle man in den Denkschriften der kais. Akademie der Wissensch., math.-naturw. Klasse, Bd. 71 nachsehen.

### Prüfung der Mallardschen Formel.

Aus den Auslöschungsschiefen der Endglieder Albit und Anorthit für M, P und den Schnitt senkrecht zu a lassen sich nun nach der Mallardschen Formel die Auslöschungsschiefen der Mittelglieder berechnen.

Bei der Berechnung ist der 5% betragende Anorthitgehalt des Albit von Amelia in Rechnung zu ziehen. Ein etwaiger Albitgehalt des Anorthit von der Somma wäre gleichfalls zu berücksichtigen gewesen. Da er aber weder an dem von mir, noch an dem von Wülfing geprüften Material ermittelt werden konnte, mußte dies unterbleiben.

Die Rechnung wurde so geführt, als ob Albit Amelia das wahre Endglied wäre. Dann durfte nicht der wahre Anorthit- und Albitgehalt der Mittelglieder in die Formel eingesetzt werden, sondern es wurde der Gehalt von 5% Anorthit im Albit von Amelia in Anschlag gebracht. Die in die Rechnung einzuführenden Zahlen sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

	Wahrer Gehalt in Molekularprozenten		Rechnungsmäßiger Gehalt in Molekular- prozentsen	
	Albit	Anorthit	Albit (Amelia)	Anorthit
Albit Amelia . . .	95	5	100	0
Oligoklas-Albit . .	87	13	91·6	8·4
Oligoklas . . . .	80	20	84·2	15·8
Oligoklas . . . .	75	25	78·9	21·1
Andesin . . . .	63	37	66·3	33·7
Labrador . . . .	48	52	50·5	49·5
Labrador-Bytownit .	37	63	38·9	61·1
Bytownit . . . .	25	75	26·3	73·7
Anorthit . . . .	—	100	—	100

Bei der Berechnung von  $b_1$  und  $b_2$  wurden die Doppelbrechungen für Albit und Anorthit aus den Hauptbrechungsexponenten und aus den Winkeln der Schnittnormalen mit den optischen Achsen von

Albit (bzw. Anorthit) nach der von Fletcher<sup>3)</sup> mitgeteilten Formel berechnet.

$$f_1^2 = a^2 \cos^2 \frac{\pi_1 - \pi_2}{2} + c^2 \sin^2 \frac{\pi_1 - \pi_2}{2}$$

$$f_2^2 = a^2 \cos^2 \frac{\pi_1 + \pi_2}{2} + c^2 \sin^2 \frac{\pi_1 + \pi_2}{2}$$

Hier bedeuten: a und c die größte und kleinste Lichtgeschwindigkeit,  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  die Winkel zwischen der betrachteten Richtung und den beiden optischen Achsen,  $f_1$  und  $f_2$  die Lichtgeschwindigkeiten der beiden in der betrachteten Richtung fortschreitenden Wellen. Die reciproken Werte von  $f_1$  und  $f_2$  sind die zugehörigen Brechungs-exponenten  $\alpha'$  und  $\gamma'$ , ihre Differenz die in der Mallardschen Formel mit b bezeichnete Größe.

Die Formel Mallards lautet:

$$\cot 2\delta = \frac{b_1 m_1}{b_2 m_2} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi} + \cot 2\varphi$$

Für  $\varphi$  wurden die in der Tabelle I angeführten Werte benutzt.

Die berechneten Werte sind in folgender Tabelle mit den beobachteten zusammengestellt:

Tabelle II.

Nach der Formel Mallards berechnete Auslöschungsschiefen.

	Anorthit-gehalt	P		M		a	
		berechn.	beob.	berechn.	beob.	berechn.	beob.
Albit . .	5	—	+ 4°	—	+ 20°	—	- 14°
Oligoklas- Albit . .	13	+ 2° 26'	+ 2°	+ 16° 45'	+ 13°	- 10° 33'	- 8°
Oligoklas	20	+ 0° 49'	+ 1°	+ 13° 4'	+ 6°	- 6° 32'	- 0° 5°
Oligoklas	25	- 0° 31'	+ 0° 7°	+ 9° 50'	+ 3°	- 2° 59'	+ 7°
Andesin	37	- 4° 21'	- 1° 4°	+ 0° 4'	- 6°	+ 7° 50'	+ 23°
Labrador	52	- 10° 56'	- 6° 0°	- 14° 14'	- 17° 3°	+ 22° 58'	+ 27° 7
Labrador-	63	- 17° 9'	- 10° 0°	- 23° 1'	- 22°	+ 31° 35'	+ 35°
Bytownit							
Bytownit	75	- 24° 54'	- 18° 0°	- 29° 46'	- 31°	+ 37° 53'	+ 38°
Anorthit	100	—	- 40° 1°	—	- 37° 6°	—	+ 45°

<sup>3)</sup> L. Fletcher, Die optische Indicatrix. Übers. von Ambronn u. König, Leipzig 1893, pag. 60.

Die nach der Formel berechneten Werte weichen von den beobachteten stark ab. Die Differenzen sind größer als die möglichen Beobachtungsfehler. Man muß also anerkennen, daß die Mallard'sche Formel die Erscheinungen nicht richtig darstellt. (Vergl. Fig. 4.)

### Prüfung der Theorie von M. Lévy.

Die Theorie M. Lévy's erfordert zunächst die Konstruktion der Isopolarisationskurven von Albit und Anorthit. G. Wulff hat hierfür ein sehr einfaches und rasches Verfahren angegeben.<sup>1)</sup>

Die Isopolarisationskurve denke man sich nun abgewickelt und gerade gestreckt. Sie dient für die folgenden Konstruktionen als Abszissenachse.

Nun handelt es sich darum, eine Beziehung herzustellen zwischen den einzelnen Punkten der Abszissenachse und den Punkten der gerade gestreckten Isopolarisationskurve.

Für die kleine halbkreisähnliche Isopolarisationskurve der Achsen A dachte ich mir die Gerade zwischen den Achsen A von Albit und Anorthit halbiert und vom Halbierungspunkt Strahlen gezogen, deren Winkel mit der verbindenden Geraden mittelst des stereographischen Netzes abgelesen werden können. Sie zählen von 0 (Achse des Albit) bis 180 (Achse des Anorthit). Jeder Strahl bestimmt unzweideutig einen Punkt der Isopolarisationskurve. Auf der Horizontalen eines Millimeternetzes wurden nun Strecken von 0 bis 180 abgezählt. Die einzelnen Punkte dieser Horizontalen waren so den einzelnen Punkten der Isopolarisationskurve zugeordnet.

Für die Isopolarisationskurve der B-Achsen wurde ein Strahlenpunkt in den um  $90^\circ$  von M abstehenden Punkt der Prismenzone gelegt. Die Strahlen wurden gezählt von  $-10^\circ$  (B-Achse von Albit) bis  $93^\circ$  (B-Achse von Anorthit) und entsprechende Strecken wieder auf der Abszissenachse von Koordinatenpapier aufgetragen.

Die nächste Aufgabe besteht nun darin, für die einzelnen Punkte der Isopolarisationskurve die Größe der Doppelbrechung des Albit und des Anorthit zu bestimmen.

Auf der Isopolarisationskurve A wurden die Punkte bezeichnet, die den Strahlen  $30$ ,  $60$ ,  $90^\circ$  usw. entsprachen, und für jeden die

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Kryst., XXXVI, 1902.

Winkel mit den beiden Achsen von Albit und Anorthit mittelst des stereographischen Netzes abgelesen.

Nun waren alle Daten bekannt, um für jeden dieser Punkte den Betrag der Doppelbrechung abzuleiten. Es wurde aber nicht die genaue, von Fletcher angegebene Formel verwendet, sondern die Näherungsformel von Fresnel<sup>1)</sup>:

$$(\gamma' - \alpha') = (\gamma - \alpha) \sin SA \cdot \sin SB.$$

Hier bedeutet  $\gamma' - \alpha'$  die gesuchte Doppelbrechung für den Punkt S,  $\gamma - \alpha$  die Differenz des größten und kleinsten Hauptbrechungs-exponenten von Albit bzw. Anorthit<sup>2)</sup>, SA, SB die Winkel, welche der betreffende Punkt mit den optischen Achsen von Albit (bzw. Anorthit) einschließt.

Die gefundenen Beträge wurden an den entsprechenden Abszissen als Ordinaten aufgetragen und deren Endpunkte durch eine stetige Linie verbunden. So erhielt ich für jede Isopolarisationskurve zwei Kurven der Doppelbrechung, die sich in einem Punkte schneiden.

Der Durchschnittspunkt der zwei Kurven entspricht jenem Punkte der Isopolarisationskurve, wo sich die optische Achse für die Plagioklasmischung mit dem Verhältnis  $m_1 : m_2 = 1 : 1$  befindet.

Leicht lassen sich nun auch die Abszissen der Achsenpunkte für andere Verhältnisse finden, wie 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4 etc., ferner 2 : 1, 3 : 1, 4 : 1 usf.; man hat nur jene Stellen aufzusuchen, wo der Abstand der Albitkurve von der Abszissenachse  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  usf. des Abstandes der Anorthitkurve ausmacht und umgekehrt.

Um nun noch für jeden beliebigen Anorthitgehalt den Ort der Achse zu erhalten, braucht man nur an den oben bestimmten Abszissenpunkten als Ordinaten die Anorthitgehalte in Molekularprozenten aufzutragen. Man erhält so eine dritte Kurve, welche angibt, welcher Gehalt an Molekularprozenten Anorthit einem Mischkrystall zukommt, dessen optische Achse an dem zugehörigen, durch die Abszisse bestimmten Punkt der Isopolarisationskurve liegt. Diese Kurve ist zu-

<sup>1)</sup> M. Lévy et A. Lacroix, *Minéraux des roches* 28, Mallard, *Cristallographie*, II, 116. Durch einige Stichproben überzeugte ich mich, daß der Unterschied des genauen Wertes gegenüber dem angenäherten stets sehr klein ist.

<sup>2)</sup> Für diese Größe verwendete ich die Zahlen  $\gamma - \alpha = 0.0102$  (Albit) und  $0.01293$  (Anorthit). Die erste folgt aus meiner Bestimmung der Brechungs-exponenten des Albit von Amelia, die letztere ist der Untersuchung von Klein entnommen.

nächst noch zu korrigieren, weil der Ausgangspunkt (Albit von Amelia) nicht 0, sondern 5% Anorthitsubstanz enthält. Diese Korrektur besteht in einer kleinen Aufwärtsschiebung der Kurve, welche beim Anfangspunkt (Albit) 5 Teilstriche der Ordinate beträgt und gegen den Endpunkt sich stetig vermindert. Mittelst der Tabelle auf pag. 13 läßt sie sich leicht vollziehen. Nun ist leicht der Achsenort für eine gegebene Plagioklasmischung zu finden. Man sucht an der korrigierten Kurve den Punkt, dessen Ordinate dem angegebenen Anorthitgehalt entspricht und findet an der zugehörigen Abszisse den entsprechenden Punkt der Isopolarisationskurve.

Auf diesem Wege wurden für die ausgewählten Plagioklastypen die folgenden theoretischen Orientierungen der optischen Achsen ermittelt.

Tabelle III.

Orientierung der optischen Achsen der Plagioklasse nach der Theorie von Michel Lévy.

An-Gehalt	A		B	
	$\lambda$	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi$
5	+ 64·7	— 49·5	— 78·8	— 47·9
13	+ 67·5	— 49·5	90	+ 48·8
20	+ 70·0	— 50·0	+ 80	+ 49·0
25	+ 71·8	— 50·5	+ 73	+ 49·2
37	+ 76·5	— 53·5	+ 48	+ 46·3
52	+ 77·5	— 60·0	+ 20·7	+ 34·2
63	+ 72·0	— 63·0	+ 8·5	+ 22·2
75	+ 65·5	— 64·0	+ 1·2	+ 12·2
100	+ 57·9	— 63·2	— 6·2	— 2·6

Das Resultat ist in der Tafel mit roten Punkten eingetragen.

Jeder, der diese Projektion betrachtet, wird zu dem Schluß kommen:

1. Daß die Theorie von M. Lévy die Orientierung der Plagioklasse unverkennbar mit einem gewissen Grad von Annäherung sozusagen in groben Zügen wiedergibt.

2. Daß Abweichungen vorhanden sind, die die Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler und der Mängel der Konstruktion überschreiten.

Zu diesem Resultat sind auch schon andere Forscher gekommen, die sich mit dieser Frage beschäftigt haben.<sup>1)</sup>

Wenn man diese Abweichungen näher ins Auge faßt, so scheint sich ein eigentümliches Verhalten darin auszusprechen, daß die Abweichungen, vom Albit ausgehend, rasch anwachsen, und zwar mit einer gewissen Gesetzmäßigkeit, sodann wieder kleiner werden (beim Labrador), um dann ein zweites Maximum zu erreichen. Am klarsten ist dieses Verhältnis in der Achsenbahn der Achse A, weniger deutlich in der der Achse B ausgesprochen. (Vgl. Taf. I.)

Sehr deutlich tritt dies hervor, wenn man die Lage der Achsenebene betrachtet, die sich am besten nach der Lage ihres Poles  $\beta$  beurteilen läßt.

Tabelle IV.  
Lage der optischen Normale  $\beta$ .

Anorthit- gehalt	Theorie		Erfahrung	
	$\lambda$	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi'$
5	— 6·5	+ 15·0	— 6·5	+ 15·0
13	— 10·5	+ 9·7	— 14	+ 8·5
20	— 15·5	+ 4·3	— 20·5	+ 0·5
25	— 17·5	+ 0·5	— 24·5	— 6·8
37	— 29·5	— 11·5	— 34	— 23·0
52	— 54	— 20·5	— 56	— 24·8
63	— 72	— 22	— 69·5	— 29
75	— 83·5	— 22·5	— 82	— 29·2
100	+ 82·5	+ 24·5	+ 82·5	+ 24·5

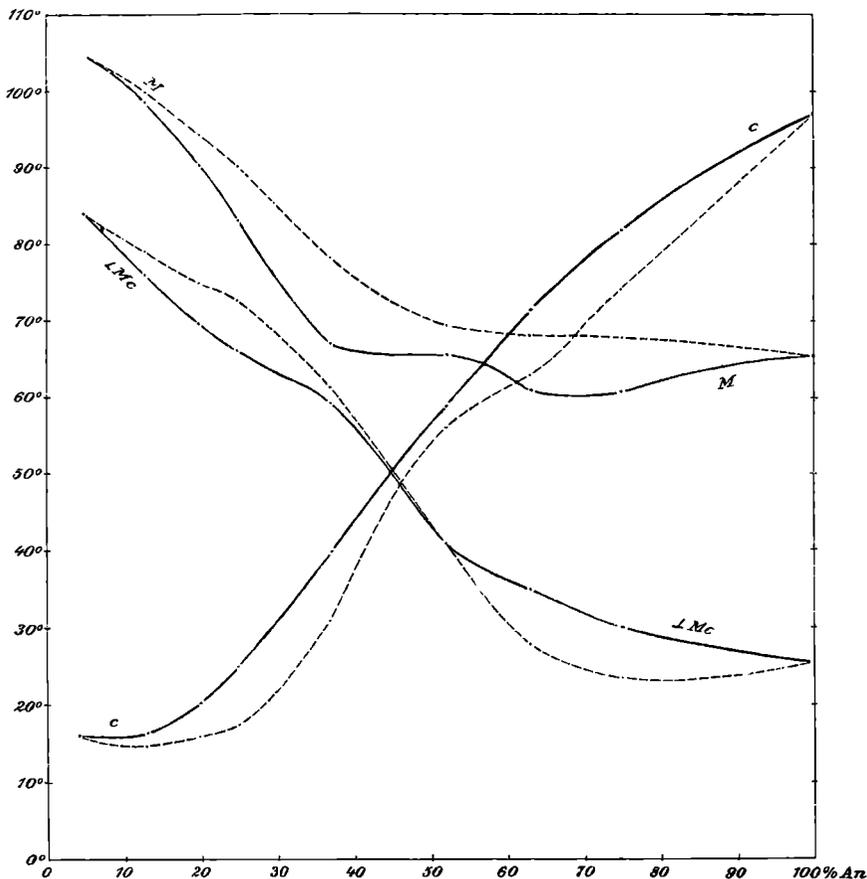
Recht auffallend tritt diese Erscheinung hervor, wenn man die Winkel der optischen Achsenebene mit drei senkrecht zueinander stehenden Ebenen ins Auge faßt.

In Fig. 2 sind die Winkel zur Darstellung gebracht, welche die Ebene der optischen Achsen mit M, der Symmetrie-Ebene des Albitwillings, mit der Prismenzone und mit der durch die Vertikalachse und die Normale auf M gelegte Vertikalebene einschließt. Sie lassen sich am stereographischen Netz leicht ablesen. Man hat nur die Bögen auszumessen, welche zwischen  $\beta$  und dem Pol von M,

<sup>1)</sup> Vgl. Wallerant, G. Wulff, l. c.

jenem der Vertikalachse  $c$  und dem von beiden um  $90^\circ$  abstehenden Punkt des Projektionskreises liegen. Man erhält Tabelle V, pag. 20.

Fig. 2.



Winkel der Achsenebene mit  $M$  (010), der Ebene  $\perp c$  und der durch  $c \perp M$  gelegten Ebene.

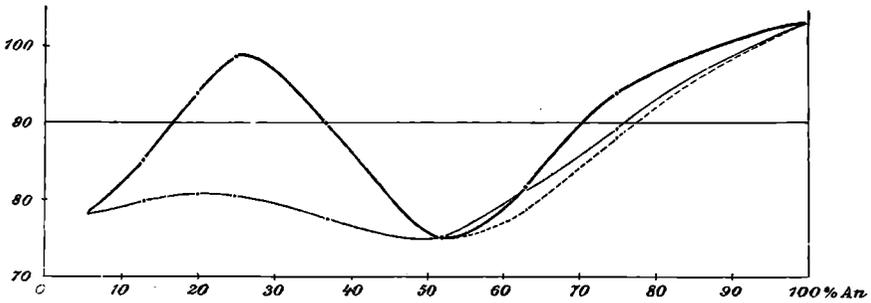
Theorie: punktierte Linien,  
Erfahrung: ausgezogene Linien.

Sehr klar ist dieses Verhältnis in der Orientierung der negativen Mittellinie ausgesprochen; weniger entschieden in der Situation der positiven Mittellinie.

Tabelle V. Winkel der optischen Normale  $\beta$  mit:

	Anorthit- gehalt	M		c		Punkt $\perp$ Mc	
		Theorie	Beob.	Theorie	Beob.	Theorie	Beob.
Albit . . . . .	5	—	105	—	16	—	84
Oligoklas-Albit . .	13	99·7	98·5	14·5	16·2	79	76
Oligoklas . . . . .	20	94·3	90·5	15·8	20·2	75	69·5
Oligoklas . . . . .	25	90·5	83·2	17·2	25	73	66
Andesin . . . . .	37	78·5	67	31	40	61·5	59·5
Labrador . . . . .	52	69·5	65·8	50·2	59	41	40·5
Labrador-Bytownit	63	68	61	63	71·5	28	35
Bytownit . . . . .	75	67·5	60·8	74·2	82	23	30
Anorthit . . . . .	100	—	65·5	—	97	—	25·5

Fig. 3.



Achsenwinkel der 2V der Plagioklasse.

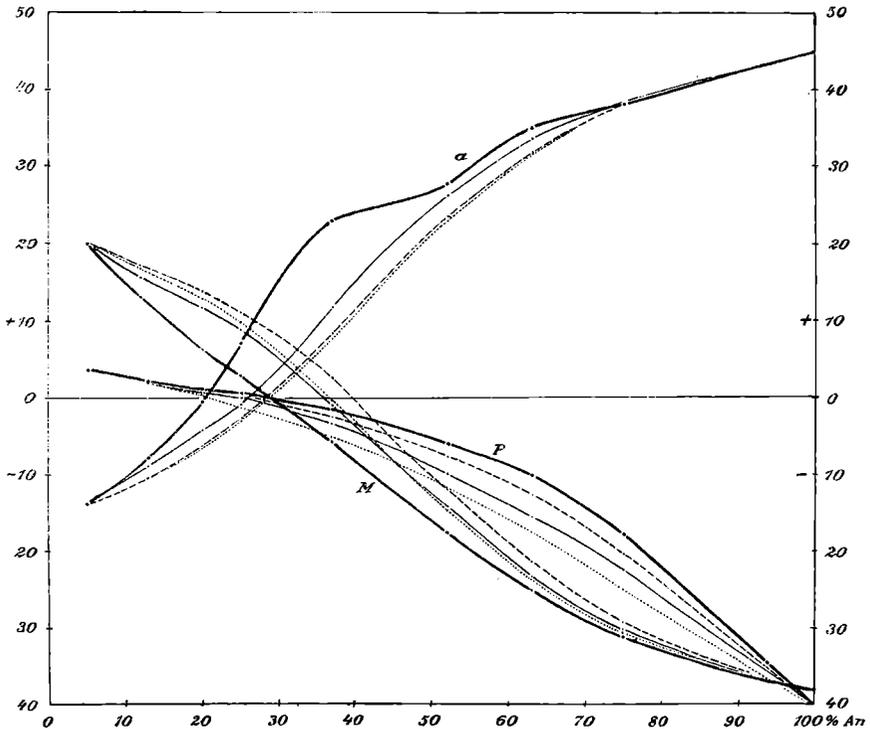
- Empirische Kurve.
- - - Theoretische Kurve nach M. Lévy.
- · · Theoretische Kurve nach Pockels.

Ebenso gibt es sich zu erkennen in einer Tabelle des wahren Achsenwinkels, wie folgende Zusammenstellung zeigt. (Vgl. Fig. 3.)

Tabelle VI.	Anorthit- gehalt	Theorie	2 V $\gamma$ Beobachtung	Differenz
Albit . . . . .	5	78	78	0
Oligoklas-Albit . .	13	80	85½	5½
Oligoklas . . . . .	20	80·8	94	13·2
Oligoklas . . . . .	25	80·3	99	18·7
Andesin . . . . .	37	77·5	90	12·5
Labrador . . . . .	52	75	75	0
Labrador-Bytownit	63	81·6	82	0·4
Bytownit . . . . .	75	89·6	94	4·4
Anorthit . . . . .	100	103·5	103·5	0

Aus den theoretischen Achsenpositionen nach Michel Lévy lassen sich nun auch die Auslöschungsschiefen in beliebigen Schnitt-richtungen ermitteln. Dies wurde für die Flächen P und M sowie

Fig. 4.



Kurven der Auslöschungsschiefe der Plagioklasse auf P (001), M (010) und im Schnitt  $\perp$  a (100).

- Empirische Kurve.
- Theoretische Kurve nach den Achsenpositionen nach M. Lévy.
- ..... Formel von Mallard.
- - - - Formel von Pockels.

für den Schnitt  $\perp$  M P (a) durchgeführt. In der folgenden Tabelle sind die gefundenen Werte mit jenen zusammengestellt, die sich aus der Rechnung nach Mallards Formel und aus den beobachteten Achsenpositionen ergeben. (Vgl. Fig. 4.)

Tabelle VII.

## Auslöschungsschiefen.

B. Bei Albit und Anorthit die unmittelbar beobachteten Werte; bei den Mittelgliedern die aus den beobachteten Achsenpositionen konstruierten.

L. Konstruiert aus den theoretischen Achsenpositionen nach M. Lévy.

M. Berechnet nach Mallards Formel.

Anorthitgehalt	P (001)			M (010)			a ( $\perp$ MP)		
	B	L	M	B	L	M	B	L	M
5	+ 4°	+ 3·2°	+ 3° 12'	+ 20°	+ 19·8°	+ 19° 48'	- 14°	- 14°	- 14°
13	+ 2°	+ 1·6°	+ 1° 30'	+ 13°	+ 15·2°	+ 16° 34'	- 8°	- 9°	- 10° 33'
20	+ 1°	+ 0·5°	+ 2'	+ 6°	+ 11·5°	+ 12° 53'	- 0·5°	- 4·2°	- 6° 32'
25	+ 0·7°	- 0·2°	- 1° 27'	+ 3°	+ 8·9°	+ 9° 39'	+ 7°	- 1·0°	- 2° 59'
37	- 1·6°	- 3·6°	- 5° 4'	- 5·5°	- 1·0°	- 19'	+ 23°	+ 11·7°	+ 7° 50'
52	- 6°	- 10°	- 11° 30'	- 17·3°	- 14·1°	- 14° 48'	+ 27·7°	+ 26·2°	+ 22° 58'
63	- 10°	- 15·8°	- 17° 32'	- 22°	- 23·3°	- 23° 42'	+ 35°	+ 33·6°	+ 31° 35'
75	- 18°	- 22·5°	- 25° 3'	- 31°	- 30·1°	- 30° 29'	+ 38°	+ 38·4°	+ 37° 53'
100	- 40·1°	- 40·0°	- 40° 0'	- 37·6°	- 38·2°	- 38° 12'	+ 45°	+ 45°	+ 45°

Vorstehende Tabelle gibt zu folgenden Bemerkungen Anlaß: Um einen Vergleich der Mallardschen Formel mit der Konstruktion der Achsenpositionen nach M. Lévy durchzuführen, mußten in die Mallardsche Formel jene Werte der Auslöschungsschiefen auf P und M für Albit und Anorthit eingeführt werden, die aus den in den Diagrammen festgelegten Achsenpositionen folgen, da diese zur Ableitung der Achsenpositionen der Mischlinge dienten. Die Abweichungen der unter M stehenden Zahlen von der Tabelle II auf pag. 14 erklären sich durch diesen Umstand.

Man sollte erwarten, daß die Zahlenreihen M und L übereinstimmen. Dies ist nicht durchweg der Fall. Auf P und M sind die Differenzen unbedeutend, und sie könnten wohl in der Ungenauigkeit der Konstruktion der Achsen und der Auslöschungsschiefen, in der mangelhaften Korrektheit der gebrauchten stereographischen Netze ihre Ursache haben.

In der Kolumne  $\perp$  MP sind aber die Differenzen zu groß, um sie auf diese Fehlerquelle zu schieben. Konstruktionsfehler von nahe  $4^\circ$  sind kaum anzunehmen.

Ich vermag diesen Mangel an Übereinstimmung nicht aufzuheben. Vielleicht sind die bei Ableitung der Mallardschen Formel zugelassenen Vernachlässigungen kleiner Größen von Einfluß, oder man hat es mit jenen Abweichungen von den Gesetzen der Doppelbrechung zu tun, die sich nach der Theorie Mallards bei isomorphen Mischungen voraussehen lassen und auf die Pockels aufmerksam gemacht hat.

Noch viel größer aber sind die Unterschiede beider theoretischer Zahlenreihen von den tatsächlich beobachteten, und man kann nicht hoffen, durch Verminderung der Beobachtungsfehler zu einer besseren Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung zu kommen.

### **Prüfung der Theorie von Pockels.**

In der Abhandlung „Über die Berechnung der optischen Eigenschaften isomorpher Mischungen etc.“ gibt Pockels die allgemeinen Gleichungen, welche aus den Dimensionen und der Orientierung der Elastizitäts-Ovaloide der gemischten reinen Substanzen die Orientierung und Dimensionen des Elastizitätsovaloides der Mischlinge zu berechnen gestatten.

Die nähere Anweisung zur Ausführung dieser Rechnung ist in einer früheren Publikation<sup>1)</sup> desselben Autors enthalten. Diese sehr umständlichen Rechnungen habe ich mich nicht entschließen können durchzuführen, da ich nach den ersten Versuchen sah, daß die Form dieser Rechnungen voraussetzt, daß die Dimensionen des Ovaloids der reinen Substanzen mit einer Genauigkeit ermittelt sind, über die wir noch nicht verfügen.

Dagegen erwiesen sich zwei andere Wege als gangbar.

Erstens konnte nach der von Pockels aufgestellten und auf pag. 6 mitgeteilten Formel die Auslöschungsschiefe auf M P und a gerechnet werden.

Die Rechnung wurde für jene Mischungen durchgeführt, für welche die Beobachtungen vorliegen, und gab folgendes Resultat: Vgl. die gestrichelten Kurven in Fig. 4.

Tabelle VIII.

## Auslöschungsschiefen, Formel von Pockels.

	Anor- thit- gehalt	P		M		a	
		berechn.	beob.	berechn.	beob.	berechn.	beob.
Albit	5	—	+ 3·2°	—	+ 19·8°	—	— 14°
Oligoklas							
Albit	13	+ 2° 6'	+ 2·0°	+ 16° 59'	+ 13°	— 10° 27'	— 8°
Oligoklas	20	+ 48'	+ 1·0°	+ 13° 47'	+ 6°	— 6° 21'	— 0·5°
Oligoklas	25	+ 2'	+ 0·7°	+ 10° 59'	+ 3°	— 2° 44'	+ 7°
Andesin	37	— 2° 43'	— 1·4°	+ 2° 15'	— 5·5°	+ 8° 17'	+ 23°
Labrador	52	— 7° 41'	— 6°	— 11° 52'	— 17·3°	+ 23° 26'	+ 27·7°
Labrador- Bytownit	63	— 12° 54'	— 10	— 21° 32'	— 22°	+ 31° 52'	+ 35°
Bytownit	75	— 20° 28'	— 18	— 29° 17'	— 31°	+ 38° 3'	+ 38°
Anorthit	100	—	— 40·0°	—	— 37·6°	—	+ 45°

Vergleicht man diese Tabelle mit der früher gegebenen für die Mallardsche Formel oder mit der Konstruktion nach Michel Lévy, so kommt man zu dem Resultat, daß die Abweichungen der Theorien voneinander geringfügiger sind als die der Beobachtungen. Jede der Formeln stellt eine Annäherung an den Verlauf der beobachteten Werte dar, aber die Abweichungen sind größer als die möglichen Beobachtungsfehler. Sie erreichen bis zu 14°, und wenn man die

<sup>1)</sup> Annalen der Physik, XXXVII, 1889, pag. 144.

empirischen Werte bei Andesin und Labrador als minder genau außer acht läßt, immer noch 7° bis 9°, Beträge, um welche die Beobachtungen sicher nicht unrichtig sind.

Im übrigen ist der Verlauf der Abweichungen ähnlich wie in den früheren Fällen.

Es gelingt schließlich auch ohne die umständliche Rechnung, die Orientierung der Achsen in den Plagioklasmischlingen nach der Theorie von Pockels annähernd zu ermitteln.

Zunächst muß man sich klar machen, daß aus Gründen der Symmetrie die Örter der optischen Achsen der Mischlinge aus den Isopolarisationskurven auch nach der Theorie von Pockels nicht heraus können. <sup>1)</sup> Der Radiusvektor für das Fresnelsche Ovaloid des Mischlings  $\rho$  steht mit den Radienvektoren der Ovaloide von Albit und Anorthit  $\rho_1$  und  $\rho_2$  in dem Zusammenhang:

$$\rho^2 = \frac{m_1 \rho_1^2 + m_2 \rho_2^2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

und für eine bestimmte Schnittrichtung kann dieser Radiusvektor offenbar nur dann zu einem Kreisradius werden, wenn die sich zusammensetzenden Ovale von Albit und Anorthit ihre ungleichen Achsen wechselweise parallel haben. Die Achsen der Ovale sind aber ebensogut die Schwingungsrichtungen für Albit und Anorthit, wie die Achsen der Schnittellipsen an der Indicatrix. Diese Richtungen fallen bei zusammengehörigen Ellipsoiden und Ovaloiden zusammen.

Somit müssen auch nach der Theorie von Pockels die optischen Achsen in den Bahnen der Isopolarisationskurven bleiben, und soweit ich die Sache überblicken kann, muß das für jede Theorie so bleiben, welche die unveränderten Bezugsflächen von Albit und Anorthit zur Ableitung der Orientierung der Mischlinge benützt.

Die verschiedenen Theorien würden sich nur unterscheiden durch den Ausdruck, der die Aufhebung der Doppelbrechung des einen Anteils durch den anderen fixiert. Nach Mallard und Michel Lévy ist das der Ausdruck

$$m_1 b_1 = m_2 b_2 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wobei  $b_1, b_2$  gleich sind den Differenzen der für die betreffende Schnittrichtung geltenden Brechungsindices ebener Wellen  $\gamma' - \alpha'$ .

<sup>1)</sup> Vgl. hierüber namentlich Viola l. c.

Nach der Theorie von Pockels wären nun nicht die Differenzen der Indices, sondern die Differenzen der Quadrate der Lichtgeschwindigkeiten maßgebend. Also die Ausdrücke

$$m_1 (a_1^2 - c_1^2) \sin u_1 \sin v_1 = m_2 (a_2^2 - c_2^2) \sin u_2 \sin v_2 \quad (3)$$

wobei  $a_1, c_1$  die größte und kleinste Lichtgeschwindigkeit von Albit,  $u_1, v_1$  die Winkel der betrachteten Richtung mit den optischen Achsen von Albit bedeutet. Die mit Index 2 versehenen Ausdrücke bedeuten dieselben Größen für Anorthit.

Daß in der Tat das nach Maßgabe der Gleichung (1) zusammengesetzte Oval bei gekreuzt parallelen Ovalachsen von Albit und Anorthit beim Stattfinden der Gleichung (3) in einen Kreis übergeht, lehrt eine kurze Rechnung, welche der von M. Lévy zur Ableitung von (2) angewendeten nachgebildet ist.

Man hat also nur für eine genügende Anzahl von Punkten der Isopolarisationskurve die Größen  $(a_1^2 - c_1^2) \sin u_1 \sin v_1$  und  $(a_2^2 - c_2^2) \sin u_2 \sin v_2$  zu suchen, erhält so die Kurve der Doppelbrechungen nach der Theorie von Pockels und kann dann auf dieselbe Weise wie oben die Orte der optischen Achsen aufsuchen, indem man jene Werte der Doppelbrechungen ermittelt, die verschiedenen  $m_1 : m_2$  entsprechen.

Auf diesem Wege erhielt ich folgende Achsenörter.

Tabelle IX.

Orientierung der Achsen der Plagioklasse nach der  
Theorie von Pockels.

	Anorthit- gehalt	A		B	
		$\lambda$	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi$
Albit . . . . .	5	+ 64·7	— 49·5	— 78·8	— 47·9
Oligoklas-Albit . .	13	+ 66·5	— 49	— 89·5	— 48
Oligoklas . . . . .	20	+ 70·0	— 50	+ 84	+ 48·5
Oligoklas . . . . .	25	+ 72	— 50·3	+ 77	+ 49
Andesin . . . . .	37	+ 77	— 53	+ 56	+ 48
Labrador . . . . .	52	+ 79	— 57	+ 25·5	+ 37
Labrador-Bytownit	63	+ 75·5	— 62	+ 11·5	+ 25·5
Bytownit . . . . .	75	+ 68	— 64	+ 2·5	+ 14
Anorthit . . . . .	100	+ 57·9	— 63·2	— 6·2	— 2·6

Auf Tafel I sind diese Achsenpositionen als rote Sterne eingetragen.

Aus diesen Positionen ergeben sich folgende Werte  $2V$ , die zum Vergleich mit den nach der Theorie von Michel Lévy bestimmten und den beobachteten Werten zusammengestellt werden. (Vgl. Fig. 3, pag. 20.)

Tabelle X.  
Winkel der optischen Achsen  $2V$ .

	Anorthit- gehalt	Theorie von Pockels	Beob- achtung	Theorie M. Lévy
Albit . . . . .	5	—	78	—
Oligoklas-Albit . . .	13	80·5	85·5	80
Oligoklas . . . . .	20	81	94	80·8
Oligoklas . . . . .	25	80·6	99	80·3
Andesin . . . . .	37	77·8	90	77·5
Labrador . . . . .	52	75·5	75	75
Labrador-Bytownit . .	63	78·5	82	81·6
Bytownit . . . . .	75	88·0	94	89·6
Anorthit . . . . .	100	—	103·5	—

Die so konstruierten Achsenörter geben graphisch ermittelte Auslöschungsschiefen, welche mit den nach der Formel von Pockels berechneten innerhalb der Fehlergrenzen der Konstruktion übereinstimmen, wie die folgende Tabelle erkennen läßt. Rechnung und graphische Konstruktion führen also hier zu übereinstimmenden Resultaten zum Unterschied von der Mallardschen Formel und der Achsenkonstruktion nach M. Lévy.

Tabelle XI.

Auslöschungsschiefen nach der Formel von Pockels  
berechnet: F, konstruiert nach den Achsenpositionen: K.

Anorthit- gehalt	P		M		a	
	F	K	F	K	F	K
13	+ 2·1	+ 2·0	+ 17·0	+ 14·5	— 10·5	— 9·5
20	+ 0·8	+ 0·5	+ 13·8	+ 13·0	— 6·3	— 6
25	0	0	+ 11·0	+ 10·5	— 2·7	— 2·6
37	— 2·7	— 2·5	+ 2·2	+ 2·5	+ 8·3	+ 8·3
52	— 7·7	— 7	— 11·9	— 11·8	+ 23·6	+ 24·3
63	— 12·9	— 12·3	— 21·5	— 20·5	+ 31·0	+ 32·3
75	— 20·5	— 21·1	— 29·3	— 28·8	+ 38·0	+ 38

Mit der Erfahrung verglichen zeigen die Achsenpositionen nach der Hypothese von Pockels keine bessere Übereinstimmung als die nach M. Lévy bestimmten. Die Abweichungen sind im Gegenteil noch größer. Alle Achsenpositionen der Mischlinge erscheinen in den Achsenbahnen den Achsen des Albit nähergerückt.

### Rechnung der Brechungsindices aus denen des Albit und Anorthit.

Die aus der Theorie abgeleitete Orientierung der Plagioklasse gestattet schließlich noch die angenäherte Vorausberechnung der Brechungsexponenten, und zwar auf folgendem Wege.

Sind die Lagen der optischen Achsen A und B für eine Plagioklasmischung abgeleitet, so kennt man auch die Richtungen der Symmetrieachsen der Indikatrix  $\alpha\beta\gamma$ .

Nach der Theorie von Mallard muß der Radiusvektor der Indikatrix sich aus den in dieselbe Richtung fallenden Radiusvektoren der Indikatrix von Albit und Anorthit ableiten lassen. Sind  $m_1 m_2$  die volumprozentischen Anteile von Albit und Anorthit ( $m_1 + m_2 = 1$ ),  $\rho_1$  und  $\rho_2$  die Radienvektoren von Albit und Anorthit in der betrachteten Richtung, so ist, wenn  $\rho$  den Radiusvektor der Indikatrix des Mischlings bezeichnet,

$$\rho = m_1 \rho_1 + m_2 \rho_2$$

Die Größen  $\rho_1$  und  $\rho_2$  lassen sich aber berechnen. Man benötigt dazu nur die Richtungscosinus der betreffenden Richtung in bezug auf die Symmetrieachsen  $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$  des Albit beziehentlich  $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$  des Anorthit.

Diese Größen lassen sich unmittelbar der Projektion mittelst des stereographischen Netzes entnehmen, sind aber nur auf 1° genau. Ich habe die neun zusammengehörigen Winkel:

$$\begin{array}{ccc} \alpha\alpha_1 & \alpha\beta_1 & \alpha\gamma_1 \\ \beta\alpha_1 & \beta\beta_1 & \beta\gamma_1 \\ \gamma\alpha_1 & \gamma\beta_1 & \gamma\gamma_1 \end{array}$$

immer so gegeneinander abgeglichen, daß  $\alpha\alpha_1, \beta\alpha_1, \alpha\beta_1, \beta\beta_1$  möglichst scharf der Projektion entnommen, die 5 übrigen berechnet wurden, wobei die Formeln

$$\cos^2 \alpha\alpha_1 + \cos^2 \alpha\beta_1 + \cos^2 \alpha\gamma_1 = 1$$

usw. benutzt wurden.

Sind die Richtungscosinus bestimmt, so berechnen sich die Radienvektoren der Indikatrix von Albit beziehungsweise Anorthit nach der Formel

$$\rho_1 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos^2 \alpha \alpha_1}{\alpha_1^2} + \frac{\cos^2 \alpha \beta_1}{\beta_1^2} + \frac{\cos^2 \alpha \gamma_1}{\gamma_1^2}\right)}};$$

$$\rho_2 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos^2 \alpha \alpha_2}{\alpha_2^2} + \frac{\cos^2 \alpha \beta_2}{\beta_2^2} + \frac{\cos^2 \alpha \gamma_2}{\gamma_2^2}\right)}}$$

Bei der Hypothese von Pockels verläuft die Rechnung ganz ähnlich. Man hat wieder auszugehen von den Richtungen der optischen Symmetrieachsen, die aus der Position der Achsen gefunden werden, sodann die Richtungscosinus gegen die  $\alpha\beta\gamma$  von Albit und Anorthit zu ermitteln. Die Berechnung der Indices erfolgt dann derart, daß man den Radiusvektor des Fresnelschen Ovaloids von Albit und Anorthit rechnet nach der Formel:

$$\rho_1^2 = \frac{\cos^2 \alpha \alpha_1}{\alpha_1^2} + \frac{\cos^2 \alpha \beta_1}{\beta_1^2} + \frac{\cos^2 \alpha \gamma_1}{\gamma_1^2}; \quad \rho_2^2 = \frac{\cos^2 \alpha \alpha_2}{\alpha_2^2} + \frac{\cos^2 \alpha \beta_2}{\beta_2^2} + \frac{\cos^2 \alpha \gamma_2}{\gamma_2^2}$$

Der Radiusvektor des Ovaloids des Mischlings ist:

$$\rho^2 = m_1 \rho_1^2 + m_2 \rho_2^2$$

und hieraus der Brechungsindex

$$n = \frac{1}{\rho}$$

usf.

Die so ermittelten Hauptbrechungsindices der Plagioklasse sind nicht so genau, daß sie die Prüfung durch die Rückrechnung von  $2V$  gestatten, welche Größe ja auch aus der Projektion entnommen werden kann.

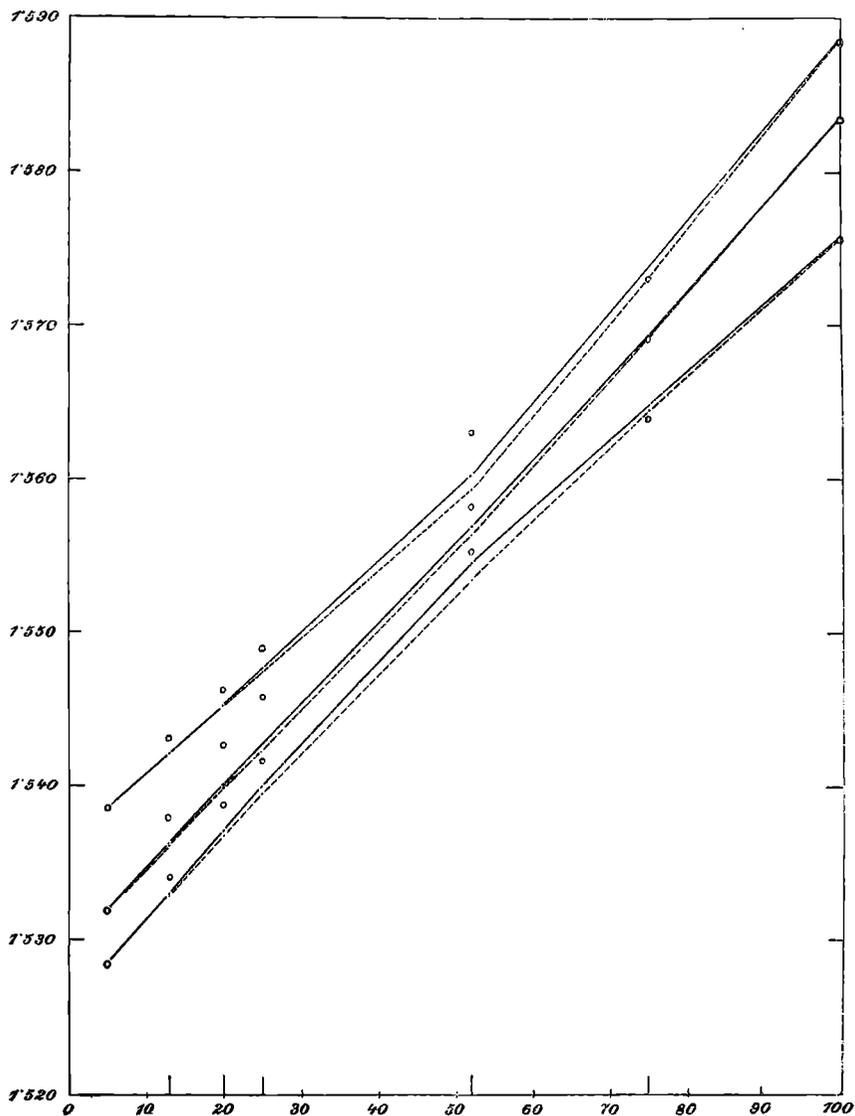
Dies ergibt sich aus der Überlegung, daß die Pole von  $\alpha\beta\gamma$  des Mischlings mit Fehlern behaftet sein können, die leicht  $1^\circ$  erreichen oder sogar übersteigen. Schon die Position der Achsen ist mit derartigen Fehlern behaftet. Da die Positionen von  $\alpha\beta\gamma$  durch Konstruktion mittelst des Netzes gefunden wurden, so treten hier neue Fehler hinzu, die von den Konstruktionsfehlern und den Fehlern des Netzes herrühren.

Fehler von  $1^\circ$  in der Position von  $\alpha\beta\gamma$  beeinflussen aber schon merklich die 4. Dezimale der Brechungsexponenten, die richtig sein muß, wenn man den Achsenwinkel  $2V$  aus den Indices berechnen will.

Tabelle XII.

	Berechnet nach Mallard	Differenz Beob.— Theorie	Beob- achtung	Differenz Beob.— Theorie	Berechnet nach Pockels
Albit . . . . $\alpha$	—	—	1·5285	—	—
5% An . . . . $\beta$	—	—	1·5321	—	—
$\gamma$	—	—	1·5387	—	—
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	—	—	1·5331	—	—
$\gamma - \alpha$	—	—	0·0102	—	—
Oligoklas . . . $\alpha$	1·5331	+ 10	1·5341	+ 13	1·5328
Albit . . . . $\beta$	1·5364	+ 17	1·5381	+ 19	1·5362
13% An . . . . $\gamma$	1·5422	+ 9	1·5431	+ 10	1·5421
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	1·5372	+ 12	1·5384	+ 14	1·5370
$\gamma - \alpha$	0·0091	— 1	0·0090	— 3	0·0093
Oligoklas . . . $\alpha$	1·5372	+ 16	1·5388	+ 18	1·5370
20% An . . . . $\beta$	1·5402	+ 26	1·5428	+ 29	1·5399
$\gamma$	1·5452	+ 11	1·5463	+ 12	1·5451
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	1·5408	+ 18	1·5426	+ 19	1·5407
$\gamma - \alpha$	0·0080	— 5	0·0075	— 6	0·0081
Oligoklas . . . $\alpha$	1·5400	+ 17	1·5417	+ 21	1·5396
25% An . . . . $\beta$	1·5428	+ 30	1·5458	+ 34	1·5424
$\gamma$	1·5477	+ 13	1·5490	+ 16	1·5474
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	1·5435	+ 20	1·5455	+ 24	1·5431
$\gamma - \alpha$	0·0076	— 3	0·0073	— 5	0·0078
Labrador . . . $\alpha$	1·5545	+ 8	1·5553	+ 18	1·5535
52% . . . . $\beta$	1·5570	+ 13	1·5583	+ 19	1·5564
$\gamma$	1·5602	+ 30	1·5632	+ 39	1·5593
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	1·5572	+ 17	1·5589	+ 25	1·5564
$\gamma - \alpha$	0·0058	+ 21	0·0079	+ 21	0·0058
Bytownit . . . $\alpha$	1·5649	—	1·564	—	1·5645
75% An . . . . $\beta$	1·5694	—	1·569	—	1·5692
$\gamma$	1·5737	—	1·573	—	1·5731
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	1·5693	—	1·569	—	1·5689
$\gamma - \alpha$	0·0088	—	0·009	—	0·0086
Anorthit . . . $\alpha$	—	—	1·57556	—	—
$\beta$	—	—	1·58348	—	—
$\gamma$	—	—	1·58849	—	—
$(\alpha + \beta + \gamma): 3$	—	—	1·58251	—	—
$\gamma - \alpha$	—	—	0·01293	—	—

Fig. 6.



o Beobachtete Brechungsindices.

— Theoretische Brechungsindices nach der Formel von Mallard.

..... Theoretische Brechungsindices nach der Formel von Pockels.

Einen übersichtlichen Vergleich ermöglicht die Tabelle XII und die Figur 5.

Man bemerkt, daß die experimentell bestimmten Brechungsexponenten höher sind als die berechneten. Dies gilt sowohl von den einzelnen Brechungsexponenten als von dem Mittelwert  $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}$ .<sup>1)</sup>

Aus diesem Umstand ist zunächst erlaubt zu folgern, daß die auffallende Abweichung der Oligoklase von der Theorie nicht, wie M. Lévy einmal vermutungsweise angedeutet hat, durch Beimischung von Orthoklasssubstanz herbeigeführt sein kann. Denn dann wären bei den Oligoklasen kleinere Indices zu erwarten, als die Rechnung aus Albit und Anorthit verlangt.

Man sieht ferner, daß faktisch keine so beträchtliche Verminderung der Doppelbrechung eintritt, als nach der Theorie bei den mittleren Mischungen zu erwarten wäre (Labrador).

Wie sich in dieser Beziehung die den Endgliedern näheren Mischungen verhalten, ist schwer zu sagen. Die Unterschiede zwischen theoretischer und beobachteter Doppelbrechung bei den Oligoklasen sind klein und würden vielleicht bei Annahme eines kleinen Fehlers in der Bestimmung des Anorthitgehaltes in die entgegengesetzte Abweichung umschlagen.

Eine sehr auffallende Erscheinung, die durch die Beobachtungen sichergestellt zu sein scheint, ist das Ansteigen von  $\beta$  über den theoretischen Wert bei den Oligoklasen.

Die theoretischen Werte von  $\beta$  nähern sich sehr einer Geraden, die Werte nach Mallard mehr als die nach Pockels. Bei rhombischen Krystallen würde die Theorie Mallards verlangen, daß der Brechungsindex eine lineare Funktion der Zusammensetzung wäre. Der Kurventeil zwischen 0 und 25% Anorthit scheint eine ganz schwach gegen die Abszissenachse konkave Krümmung

<sup>1)</sup> Eine Ausnahme machen die Zahlen für Bytownit 75% An, die den berechneten sehr nahe kommen und etwas kleiner sind. Die angegebenen Zahlen für  $\alpha\beta\gamma$  sind aber nicht direkt bestimmt, sondern aus dem durch Immersionsbeobachtung beobachteten Wert von  $\alpha'$  auf  $P=1.566$ , ferner aus dem gleichfalls auf einem Umweg bestimmten Wert  $\gamma-\alpha=0.0091$  berechnet. Auf diese Zahlen ist also kein großes Gewicht zu legen. Überdies ist wahrscheinlich der Anorthitgehalt dieses Bytownits um etwa 2% zu hoch angesetzt, da der Plagioklas von Närödal einige Prozent fremde Einschlüsse von Epidot enthält. — Die basischen Plagioklase sind noch immer zu wenig untersucht.

zu haben, während der weitere Verlauf gegen die Abszissenachse sehr schwach konvex ist. Die Kurve für  $\beta$  nach Pockels ist schwach konvex gegen die Abszissenachse in ihrem ganzen Verlauf.

Verbindet man die empirischen Punkte für  $\beta$  durch eine Linie, so erhält man eine zwischen Albit und Labrador gegen die Abszisse deutlich konkave Kurve. Leider ist die Fortsetzung über Labrador hinaus unsicher. Man kann daher auch nicht mit Bestimmtheit sagen, ob der nach den eingetragenen Beobachtungspunkten anzunehmende Wendepunkt der Kurven zwischen Labrador und Anorthit tatsächlich vorhanden ist oder nicht.

Die experimentellen Werte von  $\gamma$  scheinen zwischen Albit und Labrador nahezu auf einer Geraden zu liegen, während die theoretischen eine gegen die Abszisse stark konvexe Kurve liefern.

In dem Verlauf der Kurven der Brechungsindices ist nichts, was die Annahme von gewissen ausgezeichneten Gliedern in der Reihe der Plagioklasmischungen rechtfertigen würde. Vielmehr scheinen die Zahlen sowohl an und für sich als im Verhältnis zu den nach Mallard und Pockels theoretisch berechneten entschieden auf einen stetigen Verlauf innerhalb der Mischungsreihe hinzuweisen, der allerdings von den bisherigen Theorien merklich abweicht.

### Diskussion der Resultate.

Alle vorangehenden Untersuchungen kommen darin überein, daß die aufgestellten Theorien die durch die Beobachtung festgestellten Eigenschaften der Plagioklasse bis zu einem gewissen Grade wiedergeben, daß aber Abweichungen der theoretischen Resultate vorhanden sind, die größer sind als die möglichen Beobachtungsfehler.

Die Abweichungen tragen auch nicht den Charakter des Zufälligen an sich, sondern sie haben einen systematischen Gang, der beim Vergleich der faktischen Achsenbahnen mit den Isopolarisationskurven, besonders deutlich bei der Achse A, in der Orientierung der Achsenebenen, in den Auslöschungsschiefen, den berechneten und beobachteten Indices hervortritt.

Es entsteht nun die Frage: Was ist aus dieser Nichtübereinstimmung für ein Schluß zu ziehen? Sollen wir mit G. Wulff<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Kryst. **36**. 28. 1902.

schließen: daß die Plagioklase keine isomorphe Reihe bilden, weil sie den Gesetzen, welche für solche theoretisch begründet und experimentell geprüft worden sind, nicht folgen, obwohl sie ihnen qualitativ sehr nahe kommen?

Dieser Schluß wäre doch wohl nur berechtigt, wenn die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung in anderen ähnlichen Fällen unzweifelhaft festgestellt wäre. Dies scheint mir denn doch nicht der Fall zu sein.

Wulff beruft sich auf die Arbeit von Lavenir.<sup>1)</sup> Die sehr exakten Untersuchungen von Lavenir über die Brechungsindices der isomorphen Mischungen von Kali- und Ammoniak-Seignettsalz, welche sich befriedigend durch die Rechnung nach Mallard wiedergeben lassen, können zur Beurteilung der Plagioklase nicht herangezogen werden. Denn gerade jene Abweichungen, welche am auffallendsten sind in der uns hier beschäftigenden Plagioklasreihe, können bei den rhombischen Seignettsalzen nicht vorkommen. Dort sind die Achsen der Mischlingskrystalle durch die Symmetrie in den Isopolarisationskurven festgehalten, da diese mit den Symmetrieebenen zusammenfallen.

Wenn man also auch zugeben kann, daß die Mallardsche Hypothese ausreicht, um die Verhältnisse rhombischer isomorpher Mischungen richtig darzustellen, so ist durch die vorliegenden Untersuchungen noch nicht aufgeklärt, wie die Rechnung bei Mischkrystallen des monoklinen und triklinen Systems zu führen sei.

Die eigenen Untersuchungen von Wulff an Caesium- und Kalium-Magnesiumsulfat kann man als einen vollgültigen Beweis für die Richtigkeit der Mallardschen Hypothese für monokline Krystalle nicht anerkennen. Denn sie greifen aus dem ganzen Komplex der optischen Größen nur zwei heraus: die Auslöschungsschiefe und die Stärke der Doppelbrechung auf einer Krystallfläche. Die erste Größe läßt sich bei dem von Wulff gewählten Beispiel überhaupt nicht sehr exakt messen, die zweite erfährt so geringe Änderungen, daß der Beweis auch nicht zwingend erscheint.

Überdies können auch bei dem von Wulff untersuchten Salzpaar die optischen Achsen aus der Symmetrieebene nicht

---

<sup>1)</sup> M. A. Lavenir, Sur la variation des propriétés optiques dans les melanges de sels isomorphes. (Bull. soc. franç. d. min. 1894. 17. 153.)

heraustreten und gerade jene Abweichungen, die wir bei den Plagioklassen antreffen, sind auch dort durch die Symmetrie ausgeschlossen.

Es ist bemerkenswert, daß bei einer monoklinen Mischungsreihe, wo die Ebene der optischen Achsen in dem einen Endglied senkrecht zur Symmetrieebene liegt, wo also die Bindung durch die Symmetrie wegfällt, auch das von der Theorie ausgeschlossene Heraustreten der Achsen aus den Isopolarisationskurven tatsächlich beobachtet ist (Celsian-Hyalophan-Adular nach Strandmark).

Die Beobachtungen von Wulff zeigen also nur, daß man bei den Berechnungen der optischen Eigenschaften isomorpher Mischungen das Mengenverhältnis der gemischten Substanzen nach dem Volum zu beurteilen hat; weiter reicht ihre Tragkraft nicht.

Angenommen aber, daß für das rhombische und monokline System eine exakte, durch das Experiment geprüfte Theorie vorhanden sei, so blieben doch die Plagioklasse das erste und einzige Beispiel einer isomorphen Mischungsreihe des triklinen Krystallsystems; und wie sich solche verhalten, kann doch nur die Erfahrung lehren, und bei Nichtübereinstimmung der vorhandenen — wenn auch in anderen Fällen erprobten — Theorien mit der Erfahrung ist es doch wohl die Theorie, die zu verbessern ist.

Das Problem liegt demnach so: In der Tat geben die aufgestellten Theorien, sowohl die Theorie der festen Lösung (Pockels) als die Theorie der parallelen Verwachsung (Mallard) die Erscheinungen im groben wieder. Die letztere wohl etwas genauer als die erstere. Aber die Genauigkeit läßt zu wünschen übrig und legt den Gedanken nahe, daß die Theorie verbesserungsfähig wäre.

Eine kleine Verbesserung wäre wohl möglich durch strengere Rechnung, Vermeidung der mit Fehlern behafteten graphischen Konstruktionen. Aber bei der strengsten Rechnung kommt man nicht weiter, als daß die errechneten Achsenpositionen sich in der Isopolarisationskurve ein wenig verschieben.

Der wesentlichste Teil der Abweichungen besteht aber gerade darin, daß die Achsen aus der Isopolarisationskurve heraustreten, und zwar um Beträge, die weit über die möglichen Beobachtungs- und Konstruktionsfehler hinausgehen.

Es muß also der Grund der Abweichungen darin liegen, daß eine Grundannahme der aufgestellten Theorien nicht zutrifft.

Die wichtigste Grundlage der bis jetzt aufgestellten Hypothesen besteht darin, daß die optischen Eigenschaften der Endglieder unverändert in ihren Mischungen zur Geltung kommen, gerade wie man bei der Berechnung der spezifischen Gewichte die Annahme zuläßt, daß die Volumina der Endglieder sich bei Zusammentreten zur Mischung nicht merklich ändern.

Man kann wohl die Frage aufwerfen, ob dies in aller Strenge der Fall sein werde.

Wenn wir uns auf den Standpunkt der Molekularhypothese stellen, so dürfen wir uns eine isomorphe Mischung so vorstellen, daß aus dem Molekulargefüge z. B. eines Albitkrystals einzelne Albitmolekel herausgenommen und durch Anorthitmolekel ersetzt werden.

Da nun der Raum, den eine Anorthitmolekel für sich beansprucht, etwas größer ist als der entsprechende Raum der Albitmolekel (Molekularvolum Albit 100·3, Anorthit 100·7)<sup>1)</sup>, so wird sich die Anorthitmolekel in einem Zustand der Kompression befinden und umgekehrt die benachbarten Albitmolekeln etwas weiter auseinanderrücken, also sich so verhalten, als ob sie gespannt wären.

Kompression und Dilatation sind allerdings gering, der Unterschied beträgt nicht ganz  $\frac{1}{2}$  Prozent. Wenn man aber berücksichtigt, was für eine Kraft erforderlich wäre, um einen Anorthitkrystal um  $\frac{1}{2}$  Prozent seines Volums zusammenzupressen oder auch nur — da ja nicht nur der Anorthit gepreßt, sondern auch der Albit dilatiert wird — um  $\frac{1}{4}$  Prozent seines Volums, d. i. um  $\frac{1}{12}$  Prozent (0·0008) seiner Längsdimension, so erscheint diese Deformation vielleicht doch nicht mehr so belanglos. Bei den Mineralen, deren kubischer Kompressionskoeffizient bekannt ist, würde der entsprechende Druck 20 (Fluorit) bis 400 (Topas) *kg per mm<sup>2</sup>* betragen.

Nun ist aber die eintretende Volumdeformation nicht die einzige und kaum die wesentlichste.

---

<sup>1)</sup> Diese Zahlen nach den bisher für Albit und Anorthit angenommenen spezifischen Gewichten. Nach Allen und Day, l. c., würde das Molekularvolum von Albit etwas größer sein als Anorthit; alle folgenden Auseinandersetzungen würden dann im entgegengesetzten Sinne gelten.

Wie man aus der stetigen Änderung der Krystallwinkel schließen muß, findet bei dem Zusammentreten von Albit und Anorthit auch eine Anpassung der Anziehungsrichtungen statt. Wir sind zwar noch weit entfernt davon, diese Anpassung in allen Einzelheiten nachweisen zu können. An ihrem Stattfinden kann man aber nicht zweifeln, nachdem durch G. vom Rath die Abhängigkeit der Verwachsungsebene der Periklinzwillinge, die Lage des rhombischen Schnittes von der Zusammensetzung in so schöner Weise dargetan wurde. Außer der Volumsveränderung wird also auch eine Gestaltveränderung bei dem Akt der Mischung eintreten, und zwar um Beträge, die in manchen Richtungen einige Winkelgrade erreichen.

Bei diesen Auseinandersetzungen wurde bisher der Standpunkt der Molekularhypothese festgehalten, der ohneweiters auf die Hypothese I von Pockels (Theorie der festen Lösung) anwendbar ist. Wenn man sich (nach Hypothese II von Pockels = Hypothese Mallards) die isomorphe Mischung als parallele Verwachsung endlicher kleiner Teilchen von Albit und Anorthit vorstellt, ist eine gegenseitige Beeinflussung zunächst an der Berührungsfläche auch leicht einzusehen. Die Beeinflussung wird um so stärker wirken, je kleiner die verwachsenden Teilchen, je größer also die Berührungsfläche.

Daß solche mechanische Einwirkungen an der optischen Orientierung spurlos vorbeigehen sollten, wird kaum anzunehmen sein. In die Mischung geht also nicht unveränderter, sondern optisch deformierter Albit und Anorthit ein. Und zwar je nach dem wechselnden Grade der Mischung ein in verschiedenem Maße optisch deformierter Albit und Anorthit.<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Gibt man einmal zu, daß beim Akt des Zusammenkrystallisierens von Albit und Anorthit die optischen Orientierungen beeinflusst werden, so ist auch die Möglichkeit vorhanden, daß diese Beeinflussung selbst abhängig ist von den äußeren Umständen, unter denen das Zusammenkrystallisieren erfolgt. Insbesondere nach der Mallardschen Vorstellung der parallelen Verwachsung endlicher kleiner Teile von Albit und Anorthit könnte man sich eine solche Abhängigkeit wohl denken, wobei namentlich die Größe der verwachsenden Teilchen von Einfluß sein könnte. Vielleicht sind die Inkongruenzen, welche namentlich v. Fedorow bezüglich der Orientierung ähnlich zusammengesetzter Mischungen betont, nicht gänzlich durch Beobachtungsfehler zu erklären, sondern der Ausdruck einer gewissen Variationsbreite, die durch den Wechsel der äußeren Umstände beim Krystallisieren der Mischungen bedingt ist.

Um dieses Problem in exakter Weise weiter zu verfolgen, müßten vorher folgende Fragen erledigt werden:

1. Eine genaue Bestimmung der krystallographischen Elemente und des Molekularvolums nicht nur für die Endglieder, sondern für jede untersuchte Mischung, um das Maß der mechanischen Deformation bestimmen zu können, das Albit und Anorthit beim Zusammentreten zur Mischung erleiden. Die Berechnung des Deformations-Ellipsoides nach Neumann wäre dann für jeden Fall besonders durchzuführen.

2. Eine vollständige Bestimmung der Elastizitätskonstanten für Albit und Anorthit, deren es bekanntlich bei triklinen Krystallen dreizehn gibt.

3. Eine vollständige Bestimmung jener Konstanten, welche die Änderung der optischen Eigenschaften mit der mechanischen Deformation in Zusammenhang bringen (der piezooptischen Konstanten, im triklinen System 36).

Da eine exakte Lösung dieser Aufgaben vorläufig noch kaum zu erwarten steht, bleibt einstweilen wohl nichts übrig, als die Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung vorerst festzustellen und die weitere Entwicklung von der Zukunft zu hoffen.

### Einige Bemerkungen über Hyalophan.

Es wurde schon früher erwähnt, daß Strandmark in einer sehr interessanten Studie über Celsian und die isomorphe Reihe Celsian-Hyalophan-Adular ähnliche Abweichungen von der Theorie nachgewiesen hat. <sup>1)</sup>

Die Abweichungen betreffen: die Lage der optischen Achsen, welche in den Hyalophanen sich zwar auch den Isopolarisations-

---

Lehrreich sollte es namentlich sein, nach dieser Richtung gleich zusammengesetzte Plagioklase aus vulkanischen und Tiefengesteinen zu vergleichen. Andeutungen einer gewissen Variabilität scheinen namentlich bei basischen Labradoren vorhanden zu sein. Die Labradore aus vulkanischen Gesteinen der Azoren haben ihre Achse A nach M. Lévy näher an der Prismenzone als die aus Gabbrogesteinen nach Wülfing und Luczizky.

<sup>1)</sup> J. E. Strandmark, Bidrag till Kännedom om Celsian och andra Baryt-fältspater. Geol. Fören. i Stockholm Förhandl. Bd. 26, H. 5, 1903, Bd. 26, H. 2, 1904.

kurven von Adular und Celsian nähern, aber mit den nach der Theorie berechneten theoretischen Achsenörtern Winkel bis zu  $15^\circ$  einschließen.

Ferner sind die Brechungsindices der untersuchten Platten größer als sie nach der Theorie sein sollten. Die Abweichungen sind von derselben Größenordnung wie bei den Plagioklassen.

Endlich sind die Auslöschungsschiefen auf M kleiner als sie nach der Formel von Mallard sein sollten. Die Unterschiede zwischen Theorie und Beobachtung erreichen fast  $20^\circ$ .

Strandmark gibt von 4 von ihm untersuchten Platten I, II, III, IV von Hyalophan an: das spezifische Gewicht, den wahren Achsenwinkel, von I und III die sämtlichen Indices, von II den Index  $\gamma$ .

Wenn man aus den angegebenen spezifischen Gewichten nach der Kurve auf pag. 57 [121] seiner Arbeit den Gehalt an Molekularprozenten Celsian entnimmt, so ergibt sich für I 25%, II 22%, III 21%, IV 20%.

Unter Benutzung der von Strandmark gezeichneten Isopolarisationskurve und der Werte für die Doppelbrechung von Adular und Celsian:

$$\text{Adular } \gamma - \alpha = 0.0058 \qquad \text{Celsian } \gamma - \alpha = 0.0103;$$

ferner der von Strandmark in seiner Tafel eingezeichneten Kurven gleichen Gangunterschiedes finde ich auf graphischem Wege die theoretische Position der optischen Achsen obiger Mischungen wie folgt:

Celsiangehalt	Theorie			Beobachtung von Strandmark		
	Position der Achse			$\lambda$	$\varphi$	2V
	$\lambda$	$\varphi$	2V			
20	+ 48	43	86	+ 62	37.7	75.5
21	+ 46.5	42.5	85	+ 58	37	74
22	+ 45	42	84	+ 53	38.7	77.5
25	+ 39	40.5	81	+ 47	39.2	78.5

Die  $\lambda$  und  $\varphi$  sind hier so gerechnet, wie bei den Plagioklassen üblich ist.

Aus diesen Achsenpositionen ergeben sich sodann die Positionen der Mittellinien; aus diesen und den Werten von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  für Adular und Celsian:

Adular $\alpha$	1·5195	Celsian $\alpha$	1·5837
$\beta$	1·5234	$\beta$	1·5886
$\gamma$	1·5253	$\gamma$	1·5940

ermittelte ich durch eine ähnliche Rechnung wie oben, die sich nur hier wegen der monoklinen Symmetrie einfacher gestaltet, die 3 Hauptbrechungsindices. Da die Richtungen  $\gamma$  von Adular und  $\beta$  von Celsian zusammenfallen, so ändern sich die entsprechenden Indices der Mischungen ( $\gamma$  für die Hyalophane) linear mit der Zusammensetzung. Bei der Berechnung wurde hier das um 2% höhere Molekularvolum von Celsian in Rechnung gebracht. Statt der molekularprozentischen wurden demnach folgende volumprozentische Celsiangehalte bei der Rechnung benutzt: I 25·3, II 22·3, III 21·3. Die Rechnung wurde nach der Formel von M. Lévy durchgeführt. Die Rechnung ergibt verglichen mit der Beobachtung durchwegs zu niedrige Werte wie bei den Oligoklasen.

Celsiangehalt in Volumprozent		Rechnung	Beobachtung	B—T	
Platte I.	25·3	$\alpha$	1·5374	1·5419	+ 0·0045
		$\beta$	1·5396	1·5451	+ 0·0055
		$\gamma$	1·5413	1·5469	+ 0·0056
		$\gamma-\alpha$	0·0039	0·0050	+ 0·0011
Platte II.	22·3	$\alpha$	1·5353	—	
		$\beta$	1·5376	—	
		$\gamma$	1·5394	1·5426	+ 0·0032
		$\gamma-\alpha$	0·0041	—	
Platte III.	21·3	$\alpha$	1·5347	1·5373	+ 0·0026
		$\beta$	1·5369	1·5395	+ 0·0026
		$\gamma$	1·5388	1·5416	+ 0·0028
		$\gamma-\alpha$	0·0041	0·0043	+ 0·0002

Die in dieser Tabelle ersichtlichen Abweichungen sind von derselben Größenordnung wie die in Tabelle XI, wenn auch etwas größer.

Die Brechungsindices  $\gamma$  hat schon Strandmark mit der Theorie verglichen (Fig. 6, pag. 59 (123) seiner Arbeit), er gibt etwas

andere Zahlen für den Celsiangehalt (I 32, II 24, III 21·5); ich konnte nicht entnehmen, worauf sie beruhen. Die Differenzen würden dadurch etwas kleiner. Die Berücksichtigung des Albitgehaltes würde die theoretischen Werte etwas erhöhen; aber all dies würde die Differenzen nicht zum Verschwinden bringen.

Bemerkenswert ist, daß die Abweichungen bei der Plagioklas- und der Hyalophanreihe im selben Sinn erfolgen. Hyalophan ist nach der Zusammensetzung ganz dem Oligoklas vergleichbar. In beiden Reihen sind die Brechungsexponenten insgesamt höher als die Berechnung fordert und der beobachtete positive Achsenwinkel ist größer als der theoretische. Nur in bezug auf die Lage der Achsen in den theoretischen Achsenbahnen ist ein Unterschied vorhanden. Beim Hyalophan liegen die beobachteten Achsen näher bei denen des Adular als die Theorie fordert, bei den Plagioklasen weiter von denen des Albit. Im Zusammenhang damit zeigen auch die Abweichungen der Auslöschungsrichtung auf M gegen die Theorie bei Hyalophan und Oligoklas entgegengesetzten Charakter.

### Resultate.

Folgende Sätze glaube ich als Resultat der vorstehenden Diskussion aussprechen zu können:

1. Die Plagioklase verhalten sich auch in optischer Beziehung, so wie dies für die spezifischen Gewichte, die Schmelzpunkte, die Krystallform gilt, wie eine einheitliche stetige Mischungsreihe der beiden Endglieder Albit und Anorthit.

2. Die bis jetzt aufgestellten Theorien genügen, um die optischen Eigenschaften der Mischungen aus denen der gemischten reinen Substanzen in groben Zügen darzustellen. Doch sind die Abweichungen größer als die möglichen Beobachtungsfehler und größer als die der theoretischen Resultate untereinander.

3. Hieraus ist zu schließen, daß eine allen bisher aufgestellten Theorien zugrunde liegende Vorstellung geändert werden muß: daß nämlich in der Mischung die Eigenschaften der Endglieder unverändert zur Geltung kommen. Ein zureichender Grund für eine bei der Mischung eintretende Änderung liegt in der nicht vollkommenen Übereinstimmung der Krystallform der isomorphen Substanzen und der hienach notwendigen gegenseitigen Anpassung.

Diese muß in den verwachsenden Krystallteilen Deformationen hervorrufen und diese werden Änderungen der optischen Orientierung zur Folge haben.

4. Die Abweichungen der experimentell bestimmten und der theoretischen Werte für Auslöschungsrichtungen, Achsenwinkel und Brechungsindices haben in der Plagioklas- und in der Hyalophanreihe ähnliche Größen und einen in mancher Hinsicht analogen Sinn.

---

